Einfluß der Hexadekapolwechselwirkung auf die Coulombanregung deformierter Atomkerne

Der Naturwissenschaftlichen Fakultät

der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg

zur

Erlangung des Doktorgrades

1969

vorgelegt von

Peter Winkler

aus

Zwickau (Sa.)

1971 № 237

Einfluß der Hexadekapolwechselwirkung auf die Coulombanregung deformierter Atomkerne

Der Naturwissenschaftlichen Fakultät

der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg

zur

Erlangung des Doktorgrades

vorgelegt von

Peter Winkler

aus Zwickau (Sa.)

Als Dissertation genehmigt von der Naturwissenschaftlichen

Fakultät der Universität Erlangen - Nürnberg

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

Tag der mündlichen Prüfung: 26. 11. 1969

Dekan: Prof. Dr. F. Tichy

Erstberichterstatter: Prof. Dr. N. Fiebiger

Zweitberichterstatter: Prof. Dr. M.G. Huber

I N H A L T

		Seite:
1.	Einführung in den Problemkreis	1
2.	Zielsetzung der vorliegenden Arbeit	3
3.	Das den Rechnungen zugrunde liegende Kernmodell	4
	3.1 Vorbemerkung	4
	3.2 Das Modell	6
4.	Wahl der Matrixelemente	10
	4.1 Grundsätzliche Überlegungen	10
	4.2 Wahl der E2-Matrixelemente	12
	4.3 Wahl der E4-Matrixelemente	13
5.	Das Computer Programm von A. Winther und J. de Boer	15
6.	Die Ergebnisse	17
	6.1 Einfluß der Hexadekapolwechselwirkung auf den differentiellen Anregungsquerschnitt	17
	6.2 Einfluß der Hexadekapolwechselwirkung auf die Teilchen-Gamma-Winkelkorrelation	22
	6.3 Experimentelle Möglichkeiten zur Bestimmung von 2^4-Pol-Momenten	23
7.	Zusammenfassung	28
8.	Literatur	29
9.	Tabellenanhang	31
10.	Abbildungen	40

1. Einführung in den Problemkreis

Eine Reihe von theoretischen und neuerdings auch experimentellen Arbeiten befaßt sich mit der Frage, ob Atomkerne ein merkliches Hexadekapolmoment (sowohl der Ladungsverteilung als auch der Massenverteilung) besitzen und welche Möglichkeiten es gibt, solche Momente nachzuweisen.

Eine Gruppe dieser Arbeiten (1-3) stellt im wesentlichen eine Erweiterung des Einteilchenmodells von S. G. Nilsson (10) dar. So zeigten beispielsweise R. J. Turner und L. E. Trainor in einem erst kürzlich erschienen Beitrag (9), daß die im einfachen Nilssonbild unverständlichen $\frac{5}{2}^+$-Grundzustände von ^{25}Al und ^{25}Mg sich zwanglos mit der Annahme einer kleinen zusätzlichen 2^4-Pol-Deformation des Kernes erklären lassen.

Eine andere Gruppe von Arbeiten (5-8) will gerade aus dem kollektiven Verhalten von Atomkernen Rückschlüsse auf vorhandene 2^4-Pol-Momente ableiten. Die Autoren dieser Beiträge untersuchen ausnahmslos gg-Kerne, bei denen die kollektiven Züge klarer hervortreten als bei ungeraden Kernen. So zeigen Messungen von Elbek und Mitarbeitern (5) ein anomales Verhalten des Anregungsquerschnittes des 4^+-Niveaus von deformierten gg-Kernen bei Coulombanregung durch Deuteronen. Zur Deutung der Ergebnisse wird die Existenz von elektrischen 2^4-Pol-Momenten vorgeschlagen, welche so groß sind, daß die direkte Anregung des 4^+-Niveaus mit einem B(E4)-Wert kollektiver Stärke merklich ins Spiel kommt. Die Messungen lassen sich mit einem Deformationsparameter (zur Bedeutung und Definition der Deformationsparameter s. Gl. (3.1)) $\beta_4 \approx 0.09$ erklären. Leider sind die Ergebnisse nicht so eindeutig, daß eine exakte Bestimmung von β_4 möglich ist. Nicht einmal das Vorzeichen von β_4 läßt sich auf diese Weise angeben.

Messungen der Winkelverteilung inelastisch gestreuter α-Teilchen von 50 MeV durch Hendrie und Mitarbeiter (6) stützen die Elbek'schen Ergebnisse. Die Autoren untersuchen die Gestalt von gg-Kernen im Gebiet der seltenen Erden. Sie geben die höheren geraden Momente der Massenverteilung bis zur sechsten Ordnung einschließlich an. Dabei wurde ein charakteristischer Gang des Deformationsparameters

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41548902_0056

β_4 von positiven Werten am Anfang des Deformationsbereiches bis zu negativen Werten am Ende festgestellt. Die beiden extremalen Werte wurden bei ^{154}Sm mit $\beta_4 = 0.054$ und bei ^{178}Hf mit $\beta_4 = -0.072$ angegeben. Das β_4/β_2 - Verhältnis ist in diesen beiden Fällen 0.2 bzw. - 0.29 und entspricht in der Größenordnung etwa den Ergebnissen von Elbek. Die Y_{60}-Komponente der Kerngestalt wurde durchweg als klein gefunden.

Auf ähnlich große 2^4-Pol-Deformationen schließt M. G. Huber (7) bei der Interpretation von Messungen der α-Zerfallswahrscheinlichkeiten im Gebiet der schweren deformierten Kerne (A=226 bis 240) (allerdings ohne Berücksichtigung der Y_{60}-Komponente). Der charakteristische Gang von positiven zu negativen 2^4-Pol-Deformationen findet sich auch hier. G. F. Bertsch (4) gibt eine qualitative Deutung dieser Erscheinung.

Eine etwas andere Zielsetzung hat eine Arbeit von A. M. Desiderio and W. R. Johnson (11): Hier wird untersucht, inwieweit der Reorientierungseffekt +) durch ein elektrisches Hexadekapolmoment im ersten angeregten 2^+-Zustand von gg-Kernen eine ernstzunehmende Störung der gewöhnlich allein betrachteten Quadrupolreorientierung darstellt. Die Beantwortung dieser Frage ist wichtig, weil mit Hilfe des Reorientierungseffektes Quadrupolmomente von angeregten Atomkernen bestimmt werden. Eine Reihe solcher Experimente sind bereits durchgeführt worden. Eine gute Zusammenstellung findet man in (12).

Desiderio und Johnson finden, daß der von ihnen untersuchte 2^4-Pol-Effekt vernachlässigbar klein ist, es sei denn, es stellte sich heraus, daß das Verhältnis von Hexadekapolmoment von Quadrupolmoment erheblich größer ist als sie ihren Rechnungen zugrunde legen. Dazu läßt sich sagen, daß eine Rotatormodellrechnung (wie sie in 3.2 beschrieben wird) mit einem β_2/β_4-Verhältnis von 3.0 für den Kern

---

+) Die Theorie des Reorientierungseffektes findet man in einer Arbeit von Breit, Gluckstern und Russell (13) und besonders ausführlich bei de Boer und Eichler (12). Wir wollen hier unter Reorientierungseffekt grundsätzlich die Abhängigkeit des Coulombanregungsprozesses von den statischen Multipolmomenten verstehen.

^{152}Sm einen sogar noch kleineren Wert für das hierbei wichtige Matrixelement $\langle 2^+ || M(E4) || 2^+ \rangle$ ergibt als ihn die Autoren von (11) benutzen. Wenn man aus den Messungen von Hendrie und Mitarbeitern auf ähnliche Verhältnisse bei der Ladungsverteilung schließen darf, dann geben die Berechnungen von Desiderio und Johnson eine brauchbare obere Abschätzung der Auswirkung der 2^4-Pol-Wechselwirkung auf die Reorientierung im ersten angeregten Zustand von gg-Kernen aus dem Gebiet der seltenen Erden. Ob die Annahmen auch für die beiden anderen untersuchten Kerne (^{56}Fe und ^{114}Cd) zutreffen, ist meines Wissens bislang experimentell nicht untersucht worden.

Einer noch nicht veröffentlichten Messung von J.S.Eck und W. J. Thompson (18) zufolge, lassen sich Streudaten von ^{16}O an ^{24}Mg dann besonders gut deuten, wenn zu einer Quadrupoldeformation des Targetkernes von $\beta_2 = 0.36$ noch eine Hexadekapoldeformation von $\beta_4 = 0.16$ hinzugenommen wird. Es ist danach durchaus möglich, daß bei leichteren Kernen ausgeprägtere 2^4-Pol-Deformationen vorkommen. Die Rechnung von Desiderio und Johnson wären dann entsprechend abzuändern, ihre Ergebnisse gegebenenfalls bei Reorientierungseffektbestimmungen quantitativ zu berücksichtigen.

Noch größere β_4-Werte werden bei anderen Kernen der s-d-Schale von Swiniarski und Mitarbeitern (19) angegeben. Ihre β_4-Werte sind für ^{20}Ne, ^{28}Si und ^{32}S entsprechend der Reihenfolge 0.18, 0.25 und 0.25.

2. Zielsetzung der vorliegenden Arbeit

Entsprechend dem Ziel ihrer Untersuchungen haben die Autoren von (11) nur das erste angeregte Kernniveau in ihre Rechnungen einbezogen. Es ist aber zu erwarten, daß ein vorhandenes 2^4-Pol-Moment den Coulombanregungsprozeß nicht nur über die statischen Momente beeinflußt. Auch die Übergangsmomente vierter Ordnung werden durch die Anwesenheit des Hexadekapolmoments verstärkt. Es ist zu erwarten, daß der Coulombanregungsquerschnitt verändert wird gegenüber reiner E2-Anregung. Besonders stark kann sich dieser Einfluß bei den Übergängen auswirken, bei denen die E4-Anregung in Konkurrenz zur E2-

Anregung auftritt, da dort beide Anregungsmodi miteinander interferieren. Derartige Konkurrenzprozesse kommen bei der Vielfach-Coulombanregung von Kernen mit mehreren leicht anregbaren Energieniveaus, also z.B. bei den Rotationskernen, häufig vor. Die Rechnung muß dementsprechend viele Kernniveaus berücksichtigen. Die im folgenden beschriebenen Berechnungen wurden mit einem Computerprogramm durchgeführt, das den Einschluß von sechs Kernniveaus (einschließlich des Grundzustandes) ermöglicht.

Am Beispiel eines gg-Kernes aus dem Gebiet der seltenen Erden (^{152}Sm) wurde zunächst im Rahmen eines reinen Rotatormodells der Einfluß eines Hexadekapolmomentes, dessen Größe und Vorzeichen in mehreren Durchläufen variiert wurde, auf die Anregung der ersten vier Mitglieder der Grundzustandsrotationsbande untersucht. Danach interessierte die Frage, wie die erhaltenen Ergebnisse durch die Anwesenheit von ein bis zwei weiteren Niveaus aus anderen Banden (etwa die 0^+- und 2^+-Zustände der ß-Bande) verändert werden. Diese Betrachtung ist nicht mehr im Rahmen des Rotationsmodells durchzuführen. Über die Wahl der entsprechenden Matrixelemente wird ausführlich berichtet werden. Als letztes wurde die Frage gestellt, welche Experimente geeignet sind, zum Nachweis der berechneten Effekte und damit zur Bestätigung oder Nichtbestätigung eines Hexadekapolmomentes vorgegebener Größe zu dienen.

3. Das den Rechnungen zugrunde liegende Kernmodell

3.1. Vorbemerkung:

Im Rahmen dieser Arbeit kommt dem zu benutzenden Kernmodell nur folgende Hilfsfunktion zu: Es muß alle in die Rechnung eingehenden Multipolmatrixelemente liefern, für welche hinreichend genaue experimentelle Werte nicht existieren. Die Situation ist zur Zeit noch so, daß die entsprechenden experimentellen Daten in den meisten Fällen nur recht lückenhaft existieren und zudem mit beträchtlichen Fehlern behaftet sind. Insbesondere sind die Vorzeichen der Matrixelemente bis auf wenige Ausnahmen unbekannt.

Da die Vielfach-Coulombanregung [+)] ein kohärenter Prozeß ist, sind aber insbesondere auch die Vorzeichen wichtig.

Unter der Annahme einer homogenen Ladungsverteilung im ganzen Kernvolumen, in welchem die Massendichte ebenfalls überall konstant sein soll, hängt die Frage nach der Gestalt der Atomkerne eng mit der Untersuchung der elektrischen Multipolmomente zusammen. Sicher ist diese Annahme bestenfalls näherungsweise richtig, und man sollte gut unterscheiden zwischen Experimenten, welche auf die Massenverteilung und solchen, welche auf die Ladungsverteilung ansprechen. Die in (6) beschrieben α-Streuexperimente gehören zur ersten, Coulombanregungsexperimente zur zweiten Gruppe. Man könnte im Prinzip im folgenden auf die Einführung von Parametern zur Beschreibung der Kerngestalt ganz verzichten und den Coulombanregungsprozeß bei Rotationskernen mit den beiden intrinsischen Multipolmomenten Q_2 und Q_4 als Kernparameter diskutieren. Wir wollen das hier nicht tun. Der Grund ist folgender: Für eine Reihe von Kernen aus dem Bereich der seltenen Erden sind aus den oben erwähnten α-Streuexperimenten Y_4-Komponenten (und sogar Y_6-Komponenten) in der Kerngestalt bereits gemessen worden. Wir kennen also für eine Reihe von Kernen den Satz der Deformationsparameter $ß_2$, $ß_4$ und $ß_6$. Experimentelle Ergebnisse, die auf ein elektrisches Hexadekapolmoment schließen lassen (etwa aus α-Zerfall-Bestimmungen), sind wesentlich weniger sicher. Um die Rechnungen möglichst unter weitgehender Benutzung bekannter experimenteller Daten durchführen zu können, wurde deshalb folgender Weg beschritten:

Für einen bekannten Wert von Q_2 und ein Verhältnis von $ß_2/ß_4$, das in einigermaßen guter Übereinstimmung mit dem von Hendrie und Mitarbeitern (6) experimentell bestimmten Wert gewählt wurde, wird aus der im folgenden erklärten Gleichung (3.2) ein Satz von Deformationsparametern $ß_2$ und $ß_4$ errechnet, welcher, eingesetzt in (3.3), das innere Hexadekapolmoment Q_4 des betrachteten Kernes (^{152}Sm) liefert. Mit diesen beiden Multipolmomenten lassen sich entsprechend der Formel (3.14) in konsistenter Weise die benötigten

---

+) Zur Theorie der Coulombanregung sei auf (17) und (14), zur Theorie der Vielfach-Coulombanregung (20) und (14) verwiesen.

reduzierten Kernmatrixelemente $\langle I_f||M(E2)||I_i\rangle$ und $\langle I_f||M(E4)||I_i\rangle$ innerhalb der Grundbande angeben. Näheres über die so gewonnen Matrixelemente ist im folgenden Kapitel zu finden.

3.2 Das Modell:

Für die axialsymmetrisch vorausgesetzte Kerngestalt setzen wir an:

$$R = R_o\,(1 + \beta_2\, Y_{20} + \beta_4\, Y_{40})$$

$$\text{mit } R_o = 1.2 \cdot A^{1/3} \cdot 10^{-13}\ \text{cm}\ ^{+)} \qquad (3.1)$$

Das innere elektrische Quadrupolmoment eines derartig deformierten Kernes ist

$$Q_2 = \frac{3\,Z}{\sqrt{5\pi}} \cdot R_o^{\,2}(\beta_2 + 0.360\ \beta_2^{\,2} + 0.328\ \beta_4^{\,2} + 0.967\ \beta_2\beta_4),\ ^{++)} \qquad (3.2)$$

sein elektrisches Hexadekapolmoment

$$Q_4 = Z \cdot R_o^{\,4}\ (0.564\ \beta_4 + 0.409\ \beta_2^{\,2} + 0.232\ \beta_4^{\,2} + 0.555\ \beta_2\beta_4) \qquad (3.3)$$

Die Theorie des Rotatormodells ist in verschiedenen Lehrbüchern ausführlich abgehandelt. Besonders gute Einführungen findet man in (14), S. 245 - 278 und in (15) S. 76 - 120.

+) In dieser Schreibweise ist die Volumenkonstanz nur bis zur ersten Ordnung in den ß's erfüllt. Genauer sollte als erstes Glied der Entwicklung β_o statt 1 stehen, wobei β_o eine wenig von 1 verschiedene Größe ist. Bei der Berechnung der Multipolmomente liefert dieser Term aber keinen Beitrag.

++) In der Literatur findet man häufig den Faktor 0.16 vor dem in β_2 quadratischen Term des Quadrupolmoments. Dieser Wert ist richtig für eine Ladungsverteilung in Gestalt eines Rotationsellipsoids mit den Halbachsen $R_o(1 + \beta_2\sqrt{\frac{5}{4\pi}})$ bzw. $R_o(1 - \beta_2\sqrt{\frac{5}{16\pi}})$. Es soll ausdrücklich darauf hingewiesen werden, daß die Kerngestalt (3.1) auch für $\beta_4 = 0$ kein Rotationsellipsoid ist. Sie ist einem solchen aber sehr ähnlich.

Hier sollen nur diejenigen Ergebnisse des Rotatormodells angeführt werden, welche für die weiteren Überlegungen direkt von Bedeutung sind. Es sind dies vor allem:

A. Die Beziehung zwischen den inneren Multipolmomenten Q_λ und den reduzierten Übergangswahrscheinlichkeiten $B(E_\lambda)$ innerhalb einer **Rotationsbande**

$$\boxed{B(E\lambda; I_i \to I_f) = \frac{2\lambda+1}{16\pi} (I_i\ K,\ \lambda 0 | I_f\ K)^2 Q_\lambda^2 \quad \text{(in Einheiten von } e^2\text{)}} \quad +) \qquad (3.4)$$

Dieser einfache Zusammenhang ist gültig, wenn $K = 0$ oder $K > \frac{\lambda}{2}$ ist. Im Falle $0 = K \leq \frac{\lambda}{2}$ treten weitere, sogenannte Kreuzterme bei der Berechnung der Matrixelemente von Multipoloperatoren auf. Da im folgenden nur gg-Kerne betrachtet werden, kann diese Komplizierung hier außer acht gelassen werden.

B. Der Zusammenhang zwischen den inneren und den spektroskopischen Multipolmomenten.

$$\boxed{\langle Q_\lambda \rangle_{M=I} = (I\ I,\ \lambda 0 | II)(IK,\ \lambda 0 | I\ K)\ Q_\lambda} \qquad (3.5)$$

Es wird betont, daß die Beziehungen (3.4) und (3.5) nicht wesentlich von der in (3.1) gewählten Kernform abhängen. Für jede axialsymmetrische Ladungsverteilung ergeben sich die gleichen Formeln. Wesentlich geht allerdings der Rotationscharakter der Kernzustände in die Herleitung dieser Formeln ein. Das scheint bei den stark deformierten Kernen eine brauchbare Annahme zu sein. Um auch einigermaßen abschätzen zu können, wie es sich mit dem Rotationscharakter der ersten vier bis fünf Mitglieder der Grundzustandsbande in einem

---

+) Die hier benutzten Clebsch-Gordan-Koeffizienten stimmen mit denen von A.R.Edmonds(29)überein in folgender verkürzter Schreibweise: $(j_1 m_1, j_2 m_2 | j_3 m_3)$

detaillierteren Kernmodell verhält, wurde ^{152}Sm zusätzlich im Rotations-Vibrationsmodell (28) behandelt. Es zeigt sich, daß der erste 2^+-Zustand zu 99.2%, der 6^+-Zustand immerhin noch zu 90.3% Rotationscharakter besitzt. Im allgemeinen überschätzt das Rotations-Vibrationsmodell die Bandenvermischung. Die tatsächlichen Verhältnisse sind wahrscheinlich von noch ausgeprägterem Rotationscharakter.

Es folgen noch einige elementare Zusammenhänge des Rotatormodells, bei welchen in der Literatur hin und wieder geringfügige Unterschiedlichkeiten festgestellt wurden.

Der elektrische Multipoloperator wird (vgl. Dawydow (31) S. 360) folgendermaßen definiert

$$\hat{Q}_{\lambda\mu} = \frac{1}{e}\sqrt{\frac{16\pi}{2\lambda+1}}\int \rho(\underline{r})\, r^{\lambda}\, Y_{\lambda\mu}\, d\tau \qquad (3.6\ a)$$

wobei $\rho(\underline{r})$ der Ladungsdichteoperator des Atomkerns ist und die Integration sich über das ganze Kernvolumen erstreckt.

Der häufig auch geschriebene Operator $\hat{M}_{\lambda\mu}$ ist das $\sqrt{\frac{2\lambda+1}{16\pi}}$ - fache des Operators $\hat{Q}_{\lambda\mu}$.

$$\hat{M}\lambda\mu = \frac{1}{e}\int \rho\ (\underline{r})\, r^{\lambda}\, Y_{\lambda\mu}\, d\tau \quad \text{bzw.} \sum_{\substack{p \\ (\text{alle Protonen})}} r_p^{\lambda}\, Y_{\lambda\mu}\,(\Omega_p) \qquad (3.6\ b)$$

Mit diesem Operator werden die reduzierten Übergangswahrscheinlichkeiten für γ-Übergänge folgendermaßen definiert:

$$B(E\lambda) = \sum_{\mu, M_f} |\langle I_f\ M_f|\hat{M}_{\lambda\mu}|\ I_i\ M_i\rangle|^2 = \frac{1}{2I_i+1}\,|\langle I_f||\hat{M}_{\lambda}||I_i\rangle|^2 \qquad (3.7)$$

In langwelliger Näherung ist die γ-Übergangswahrscheinlichkeit pro Zeiteinheit

$$T_{\gamma} = \frac{8\pi(\lambda+1)}{\lambda\left[(2\lambda+1)!!\right]^2}\ \frac{1}{\hbar}\ \left(\frac{\omega_{if}}{c}\right)^{2\lambda+1} B(\ldots\lambda;\ I_i \to I_f) \qquad (3.8)$$

Diese Formel gilt gleichermaßen für elektrische wie magnetische Multipolstrahlung.

Die in Gleichung (3.7) erstmalig eingeführten reduzierten Matrixelemente des elektrischen Multipoloperators sollen jetzt mit den Vorstellung des Rotationsmodells berechnet werden:

Die Eigenfunktion des Systems mit axialsymmetrisch deformiertem Potential, in welchem sich die einzelnen Nukleonen bewegen, lautet für eine K = O Bande:

$$\psi_{IKM} = \sqrt{\frac{2I+1}{8\pi^2}} \cdot D^{I}_{MK}(\theta) \cdot \chi^{\tau}_{K}(x') \tag{3.9}$$

Hierbei beschreibt χ die Bewegung der Nukleonen im deformierten Potential. τ steht symbolisch für die internen Quantenzahlen, x' für die internen Koordinaten. Die Kreiselfunktionen D beschreiben die Rotationsbewegung des Potentials. Die Quantenzahlen I, M und K haben die übliche Bedeutung, θ steht symbolisch für die drei Eulerschen Winkel.

Der Operator $\hat{M}_{\lambda\mu}$, ausgedrückt durch Komponenten bezüglich des körperfesten Bezugssystems, lautet:

$$\hat{M}_{\lambda\mu} = \sum_{\mu'} \sum_{p} r_p^2 \cdot D^{\lambda}_{\mu\mu'}(\theta) \cdot \{ Y_{\lambda\mu'}(\Omega_p) \}_{\theta} \tag{3.10}$$

Zusammen mit (3.9) schreibt sich das Matrixelement im Laborsystem:

$$\langle \psi_{IKM} | \hat{M}_{\lambda\mu} | \psi_{I'K'M'} \rangle = \int_{\theta} \int_{x'} \sqrt{\frac{2I+1}{8\pi^2}} D^{I*}_{MK}(\theta) \chi_K^{\tau *}(x') \cdot \left[\sum_{\mu'} \sum_{p} r_p^{\lambda} D^{\lambda}_{\mu\mu'}(\theta) \{ Y_{\lambda\mu'}(\Omega_p) \}_{\theta} \right] \sqrt{\frac{2I+1}{8\pi^2}} D^{I'}_{M'K'}(\theta) \chi^{\tau}_{K'}(x') d\theta dx' \tag{3.11}$$

Das Integral über die drei D-Funktionen ergibt

$$\frac{8\pi^2}{2I+1} \delta(M,\mu+M') \delta(K,\mu' + K') \cdot (\lambda\mu, I'M' | IM) \cdot (\lambda\mu', I'K' | IK)$$

Schließlich ist

$$\langle \psi_{IKM} | \hat{M}_{\lambda\mu} | \psi_{I'K'M'} \rangle = \sqrt{\frac{2\lambda+1}{16\pi}} \sqrt{\frac{2I'+1}{2I+1}} \sum_{\mu'} (\lambda\mu, I'M' | I\ M) \cdot (\lambda\mu', I'K' | IK) \langle \chi^{\tau}_{K} | \sqrt{\frac{16\pi}{2\lambda+1}} \sum_{p} r_p^{\lambda} \{ Y_{\lambda\mu'} \}_{\theta} | \chi^{\tau'}_{K'} \rangle \tag{3.12}$$

Da wir uns auf Matrixelemente innerhalb einer K = O-Bande beschränken wollen, vereinfacht sich dieser Ausdruckt zu

$$\langle\psi_{IOM}|\hat{M}_{\lambda\mu}|\psi_{I'OM'}\rangle = \sqrt{\frac{2\lambda+1}{16\pi}}\sqrt{\frac{2I'+1}{2I+1}}\,(\lambda\mu I'M'|I\,M)\cdot$$
$$(\lambda O I'O|IO)\langle\chi_O^\tau|\sqrt{\frac{16\pi}{2\lambda+1}}\sum_p r_p^\lambda\,\{Y_{\lambda O}\}_\theta|\chi_O^\tau\rangle \qquad (3.13$$

Das Matrixelement auf der rechten Seiteist gerade das innere Multipolmoment der Ordnung λ und wird im folgenden mit Q_λ abgekürzt. Anwendung des Wigner-Eckart-Theorems (29, S.93) ergibt schließlich die gesuchten Matrixelemente in reduzierter Form, wobei die Definition der 3j-Symbole mit (29, S.59) übereinstimmt:

$$\boxed{\langle I_f||\hat{M}_\lambda||I_i\rangle = (-)^{\lambda+I_i}\sqrt{\frac{2\lambda+1}{16\pi}}\sqrt{(2I_i+1)(2I_f+1)}\begin{pmatrix} I_i & \lambda & I_f \\ O & O & O\end{pmatrix}Q_\lambda}^{+)} \qquad (3.14$$

Für die Benutzung im Computerprogramm (30) müssen die Matrixelemente noch mit dem Faktor i^λ multipliziert werden.

4. Wahl der Matrixelemente

4.1. Grundsätzliche Überlegungen:

Eine der Hauptschwierigkeiten bei quantitativer Behandlung des Vielfach-Coulombanregungs-Prozesses liegt in der vernünftigen Wahl der Kernmatrixelemente. Entsprechend der Verkopplung des zu integrierenden Differentialgleichungssystems hängt die Anregung irgendeines bestimmten Kernzustandes von der Anregung aller anderen Zustände ab. Gewiß ist in den einzelnen Fällen diese Abhängigkeit voneinander unterschiedlich stark. Das macht es überhaupt erst möglich, trotz Berücksichtigung nur einer beschränkten Anzahl von Zuständen sinnvolle Ergebnisse zu erhalten. Dennoch gehen beispielsweise bei den hier behandelten Rechnung mit sechs Zuständen (Abb. 6 und 7) je zwölf verschiedene Quadrupol- und Hexadekapolmatrixelemente ein. Der Idealfall wäre der, daß für alle diese Matrixelemente bis auf eines hinreichend genaue Informationen aus anderen Experimenten bekannt wären. Diese Informationen müßten außer der Größe auch noch jeweils die Phase des entsprechenden Matrixelementes enthalten. In Wirklichkeit sind wir von diesem Idealfall weit entfernt. Allerdings

liefern die üblicherweise durchgeführten Coulombanregungsexperimente i. a. mehr Information als zu der Festlegung nur eines freien Parameters nötig ist.

Recht unsicher ist die Situation bei der Wahl der E4-Matrixelemente. Es gibt so gut wie keine experimentellen Angaben über die Größe von B(E4)-Werten - insbesondere nicht bei Kernen, für welche wir uns hier interessieren. Bei den wenigen Fällen, in welchen γ-Strahlung so hoher Multipolordnung festgestellt wurde, handelt es sich ausnahmslos um Niveaus, deren Zerfall über niedrigere Multipolordnungen durch Auswahlregeln verboten ist.

Aber auch bezüglich der E2-Matrixelemente ergeben sich folgende Schwierigkeiten:

a) In vielen Fällen liegen noch keine Messungen vor.

b) Die Genauigkeit der angegebenen B(E2)-Werte ist zu schlecht. Fehler von $\pm$ 10% und größer sind üblich. Bei intensitätsschwachen Übergängen (etwa zwischen verschiedenen Rotationsbanden) sind die experimentellen Angaben besonders lückenhaft oder ungenau. Häufig liegt die Ungenauigkeit auch an ungenügender Kenntnis der Stärke der M1-Beimischung (vgl. z.B. (22) und (23)).

c) Mit relativ wenigen Ausnahmen (z. B. Reorientierungseffektmessungen in angeregten Kernzuständen oder Quadrupolaufspaltung bei Mößbauerexperimenten) sind nur nichtdiagonale Matrixelemente wirklich experimentell bekannt durch Bestimmung der γ-Übergangswahrscheinlichkeit.

d) Außer den Reorientierungsexperimenten und sehr speziellen Mößbauereffektmessungen geben alle Messungen nur Aufschluß über die Größe, nicht aber das Vorzeichen der betreffenden Matrixelemente.

e) Viele experimentelle Angaben über B(E2)-Werte sind gerade aus Coulombanregungsdaten abgeleitet, wobei bislang üblicherweise der gesamte Anregungsvorgang allein der Quadrupolwechselwirkung zugeschrieben wurde. Dadurch werden die Effekte zusammengefaßt, die in der vorliegenden Arbeit wohl gemeinsam, aber gerade voneinander unterscheidbar studiert werden. Eine solche Methode kann zu erheblichen systematischen Fehlern in den B(E2)-Werten führen.

4.2 Wahl der E2-Matrixelemente

Für die Grundzustandsrotationsbande wurden die Matrixelemente eines axialsymmetrisch deformierten Rotators benutzt, wie sie sich aus der Formel (3.14) errechnen. Für das innere Quadrupolmoment Q_2 wurde dabei ein Wert von + 5.8b aus einem Lebensdauerexperiment (14) verwandt. (Der aus Coulombanregungsexperimenten abgeleitete Standardwert beträgt 5.9b). Die so gewonnen Matrixelemente sind in recht guter Übereinstimmung mit den vorhandenen Meßwerten. Da die vorliegenden Rechnungen einen mehr grundsätzlichen Charakter haben sollen, wurde die bestmögliche Anpassung an die Gesamtheit der experimentellen Daten nicht als das eigentliche Ziel angesehen. Ausschlaggebend für die Wahl des Rotatormodells war die Tatsache, daß im Rahmen dieses Modells für ein einmal vorgegebenes Hexadekapolmoment die gesamte E4-Matrix innerhalb der Grundbande in konsistenter Weise berechnet werden kann. Auf diese Weise ist sichergestellt, daß die E4-Matrixelemente innerhalb der Grundbande relativ zu den Quadrupolmatrixelementen die "richtige" Größe und das "richtige" Vorzeichen haben, wobei "richtig" heißt: entsprechend einem vorgegebenen Verhältnis von Q_2/Q_4 (bzw. $ß_2/ß_4$), dessen Größe und Vorzeichen zur Anpassung an experimentelle Ergebnisse verändert werden kann. Wenn in speziellen Fällen Abweichungen der E2-Übergangswahrscheinlichkeiten von den Rotatorwerten experimentell festgestellt werden, so läßt sich dem durch eine entsprechende Abänderung der E2-Matrix leicht Rechnung tragen. Die Frage, welche Konsequenzen sich für die entsprechenden E4-Matrixelemente ergeben, ist noch völlig ungeklärt. Da im Rahmen dieser Arbeit aber gerade die Hexadekapoleffekte untersucht werden sollen, bleiben wir, wo immer es möglich ist, in den Grenzen des Rotatormodells.

Die Übergangsmatrixelemente zwischen Grund- und Betabande sind im Rahmen des Rotatormodells natürlich nicht zu berechnen. Dazu wird das Rotations-Vibrations-Modell (28) benutzt. In der Tabelle 1 werden die theoretischen Werte nach diesem Modell mit experimentellen Angaben verglichen.

Übergang	Rotator-wert (b)	Rotations-Vibr.Wert (b)	Experiment (b)	Quelle
$\langle 0^+g\|\|M(E2)\|\|2^+g\rangle$	+ 1.8293	+ 1.7614	1.86 ± 0.06	(24)
$\langle 2^+g\|\|M(E2)\|\|2^+g\rangle$	- 2.1864	- 2.1223	Q_2=5.8b zur Anpassung benutzt	
$\langle 2^+g\|\|M(E2)\|\|4^+g\rangle$	+ 2.9334	+ 2.9688	2.62 ± 0.52	(24)
$\langle 4^+g\|\|M(E2)\|\|4^+g\rangle$	- 2.7968	- 2.8142	-	
$\langle 4^+g\|\|M(E2)\|\|6^+g\rangle$	+ 3.6999	+ 3.9708	-	
$\langle 6^+g\|\|M(E2)\|\|6^+g\rangle$	- 3.3267	- 3.4433	-	
$\langle 6^+g\|\|M(E2)\|\|8^+_9\rangle$	+ 4.3288	-	-	
$\langle 8^+g\|\|M(E2)\|\|8^+_9\rangle$	- 3.7909	-	-	
$\langle 0^+g\|\|M(E2)\|\|2^+ß\rangle$	-	+ 0.3463	0.155±0.015	(25)
$\langle 2^+g\|\|M(E2)\|\|2^+ß\rangle$	-	- 0.6342	0.371±0.035	(25) und
$\langle 4^+g\|\|M(E2)\|\|2^+ß\rangle$	-	+ 1.079	0.682±0.092	(21)
$\langle 2^+g\|\|M(E2)\|\|2^+ß\rangle$	-	- 1.947	-	
$\langle 2^+g\|\|M(E2)\|\|0^+ß\rangle$	-	+ 0.6210	0.248±0.057	(27)
$\langle 0^+ß\|\|M(E2)\|\|2^+ß\rangle$	-	+ 1.6907	-	

Tabelle 1: Reduzierte E2-Matrixelemente für ^{152}Sm

4.3. Wahl der E4-Matrixelemente

Der vollständige Mangel an experimenteller Information zwingt uns zu Modellannahmen. Da bezüglich der Quadrupolübergänge sich das Rotationsmodell zur Beschreibung der Übergangswahrscheinlichkeiten in der Grundbande bewährt, benutzen wir die gleiche Modellvorstellung auch zur Berechnung der E4-Matrixelemente: Der axialsymmetrisch deformierte, rotierende Kern besitzt ein inneres Quadrupolmoment von Q_2 = 5.8b, und zusätzlich wird für Q_4 ein Wert von 0.92 b^2 angenommen, was einem Verhältnis von $ß_2/ß_4$ = 3 entspricht. Dieses Verhältnis ist in Annäherung an den aus α-Streuexperimenten von Hendrie und Mitarbeitern (6) ermittelten Wert von $ß_2/ß_4 \simeq 5$ gewählt worden. Es ist aus zwei Gründen nicht sinnvoll, exakt den Wert von Hendrie für die vorliegenden Rechnungen zu übernehmen.

Erstens betrachten jene Autoren eine Kerngestalt mit zusätzlicher 2^6-Pol-Deformation. Das verändert die Werte von $ß_2$ und $ß_4$ gegenüber den hier gemachten Annahmen geringfügig. Zweitens wird bei den inelastischen Streuexperimenten, wie schon oben erwähnt, die Gestalt des Kernes und nicht die Ladungsverteilung ermittelt.

Eine weitere Testrechnung wurde für $Q_4 = -0.35\ b^2$ durchgeführt, was einem Wert $ß_2/ß_4 = -3$ entspricht (siehe Abb. 3).

Für die Übergänge zwischen den Banden und innerhalb der ß-Bande werden auch hier Matrixelemente nach dem Rotations-Vibrations-Modell verwendet. Das ist nur eine Notlösung, denn dieses Modell berücksichtigt die zusätzlich angenommene 2^4-Pol-Deformation im Gleichgewichtszustand nicht, welche ja gerade zu den relativ großen E4-Matrixelementen beim Rotator führt. Daraus folgt, daß die Modellmatrixelemente vermutlich zu klein sind. Andererseits läßt sich aber vermuten, daß auch die E4-Übergänge zwischen den Banden wie die entsprechenden E2-Übergänge im Modell ohnehin überschätzt werden. Ob sich beide Effekte ungefähr die Waage halten ist nicht nachprüfbar. Es hat sich aber gezeigt, daß die eben angesprochenen E4-Matrixelemente die Ergebnisse nicht stark beeinflussen.

Übergang	Rotatorwert bei $ß_2/ß_4=+3$ (b^2)	Rot.-Vib.-Wert (b^2)	Rotatorwert bei $ß_2/ß_4 = -3$ (b^2)
$<0^+g\|\|M(E4)\|\|4^+g>$	+ 0.3889	+ 0.1450	- 0.1493
$<2^+g\|\|M(E4)\|\|2^+g>$	+ 0.4648	+ 0.1711	- 0.1785
$<2^+g\|\|M(E4)\|\|4^+g>$	- 0.4432	- 0.1685	+ 0.1702
$<2^+g\|\|M(E4)\|\|6^+g>$	+ 0.5862	+ 0.2361	- 0.2252
$<4^+g\|\|M(E4)\|\|4^+g>$	+ 0.4693	+ 0.1834	- 0.1802
$<4^+g\|\|M(E4)\|\|6^+g>$	- 0.5243	- 0.2127	+ 0.2014
$<6^+g\|\|M(E4)\|\|6^+g>$	+ 0.5425	+ 0.2224	- 0.2084
$<4^+g\|\|M(E4)\|\|8^+g>$	+ 0.7198	-	-
$<6^+g\|\|M(E4)\|\|8^+g>$	- 0.6039	-	-
$<8^+g\|\|M(E4)\|\|8^+g>$	+ 0.6121	-	-
$<4^+g\|\|M(E4)\|\|0^+ß>$	-	0.0924	-
$<4^+g\|\|M(E4)\|\|2^+ß>$	-	- 0.0987	-
$<6^+g\|\|M(E4)\|\|2^+ß>$	-	0.1410	-
$<2^+g\|\|M(E4)\|\|2^+ß>$	-	0.0752	-
$<2^+ß\|\|M(E4)\|\|2^+ß>$	-	0.1646	-

Tabelle 2: Reduzierte E4-Matrixelemente für ^{152}Sm

5. Das Computer - Programm von A.Winther and J. De Boer

Ein wertvolles Hilfsmittel bei der Behandlung der Vielfach-Coulomb-Anregung durch schwere Ionen liegt seit 1965 in dem in (30) veröffentlichten und eingehend beschriebenen Computer-Programm von A. Winther und J. de Boer vor. In diesem Programm wird der Coulomb-Anregungs-Prozess exakt behandelt, d.h. das System der gekoppelten Differentialgleichungen für die zeitabhängigen Amplituden der Eigenzustände des freien Kerns wird numerisch gelöst.

Folgende prinzipielle Einschränkungen liegen den Rechnungen zugrunde:

1. Es kann nur mit einer endlichen Anzahl von Kernzuständen gerechnet werden.
2. Es wird in der ursprünglichen, in (30) beschriebenen Form nur elektrische Quadrupolanregung betrachtet.
3. Die klassisch behandelte Teilchenbahn (Rutherfordhyperbel) wird durch einen zusätzlichen Symmetrisierungsprozess auf die Energieabgabe an den Kern korregiert.

Gute Argumente für die Zulässigkeit dieser einschränkenden Annahmen sind in vielen Arbeit angegeben. Hier soll besonders auf drei Standardtexte verwiesen werden: (17), (14) und (12).

Im folgenden wird der dem mathematischen Geschehen zugrunde liegende physikalische Gedankengang skizziert. Einzelheiten der angewandten mathematischen Methoden sind in (30) und den beiden dort zitierten Arbeiten (32) und (33) nachzulesen.

Der Vielfach-Coulomb-Anregungsprozess wird durch folgendes System von gekoppelten Differentialgleichungen beschrieben.

$$i\hbar\dot{a}_r(t) = \sum_s \langle r|\hat{H}_E(t)|s\rangle e^{i(E_r-E_s)t/\hbar} a_s(t) \qquad (5.1)$$

Der Wechselwirkungsoperator hat folgende Gestalt:

$$\hat{H}_E(t) = 4\pi Z_1 e^2 \sum_{\lambda=1}^{\infty} \sum_{\mu=-\lambda}^{+\lambda} \frac{1}{2\lambda+1} \cdot \frac{1}{r_p(t)^{\lambda+1}} Y_{\lambda\mu}\left[\theta_p(t), \phi_p(t)\right] \hat{M}^*_{\lambda\mu} \qquad (5.2)$$

r_p, θ_p, ϕ_p sind die zeitabhängigen sphärischen Koordinaten des als punktförmig angenommenen Geschoßteilchens. $\hat{M}_{\lambda\mu}$ ist der in (3.6b) eingeführte elektrische Multipoloperator. E_r und E_s sind die jeweiligen Energien der Kernzustände mit der Numerierung r bzw. s. Die Matrixelemente werden mit den Eigenfunktionen des freien Kerns gebildet.

In der vorliegenden Arbeit wurde außer dem gewöhnlich allein betrachteten Term mit $\lambda=2$ aus der Summe noch derjenige mit $\lambda=4$ berücksichtigt.

Das Ziel des Computerprogrammes ist die Berechnung der Amplituden $a_s(t)$ für einen Zeitpunkt, zu welchem sich das Geschoßteilchen so weit vom Kern entfernt hat, daß keine merkliche Wechselwirkung mehr stattfindet.

Ausgehend von der Annahme, daß sich der Kern mit Sicherheit im Grundzustand befindet, wird zu einer Zeit, zu welcher Kern und Geschoß noch sehr weit entfernt voneinander sind, die dem Grundzustand entsprechende Amplitude gleich 1 und alle übrigen gleich Null gesetzt. (Im Falles eines Grundzustandspins ungleich Null wird die folgende Prozedur für jeden Polarisationszustand getrennt durchgeführt). Jetzt wird die numerische Integration des Differentialgleichungssystems (5.1) entlang der bekannten Geschoßbahn (symmetrisierte Rutherfordhyperbel) so ausgeführt, daß die im n-ten Schritt errechneten Amplitudenwerte als neue Anfangswerte für den (n + 1)-ten Schritt benutzt werden. Mit dem Fortschreiten entlang der Geschoßbahn ändern sich die Amplituden. Der Grundzustand wird depopuliert, die anderen Zustände werden entsprechend der Stärke der Wechselwirkung mehr und mehr besetzt. Die Integration wird abgebrochen, wenn sich das Geschoß so weit vom Kern entfernt hat, daß die Amplituden sich praktisch nicht mehr ändern.

Aus den so gewonnenen Endamplituden werden insbesondere folgende wichtige Größen berechnet: Die Coulomb-Anregungswahrscheinlichkeit der verschiedenen Kernzustände und, damit eng zusammenhängend, der differentielle Wirkungsquerschnitt bei Coulombanregung der einzelnen Zustände. Außerdem werden in vier verschiedenen Koordinatensystemen die Winkelverteilungstensoren ausgerechnet, mit

deren Hilfe sich die Teilchen-Gamma-Winkelkorrelationsfunktion für spezielle Fälle berechnen läßt.

Alle Kerngrößen - insbesondere die Matrixelemente des elektrischen Multipoloperators - und die die experimentellen Bedingungen (wie Einschußenergie und Teilchenstreuwinkel) beschreibenden Größen werden als Parameter eingegeben.

Die Erweiterung des Programmes durch Hinzunahme der 2^4-Pol-Wechselwirkung machte eine Verringerung der Höchstzahl der Kernzustände nötig, welche in die Rechnungen eingeschlossen werden können. Auf der CD 3300 des Rechenzentrums der Universität Erlangen-Nürnberg können bei gg-Kernen bis zu sechs Kernzustände mit insgesamt fünfzig magnetischen Unterzuständen berücksichtigt werden. Rechnungen an ungeradzahligen Kernen mit einem Grundzustandspin $\leq \frac{7}{2}$ können in der vorliegenden Fassung des Computerprogrammes nur mit vier Zuständen und insgesamt 44 magnetischen Unterzuständen durchgeführt werden. Diese Beschränkung ist der Grund für die Art und Weise, in der im folgenden Kapitel die Ergebnisse dargestellt werden. Für eine genaue quantitative Auswertung experimenteller Ergebnisse muß gegebenenfalls ein Computer mit größerem Kernspeicher benutzt werden.

6. Ergebnisse

6.1 Einfluß der Hexadekapolwechselwirkung auf den differentiellen Anregungsquerschnitt

Zunächst wurde die Frage untersucht, wie sich der Einschluß der 2^4-Pol-Wechselwirkung auf den differentiellen Wirkungsquerschnitt für Coulombanregung der verschiedenen Kernzustände eines deformierten Atomkerns (Beispiel: ^{152}Sm) auswirkt.

Die dabei erhaltenen Ergebnisse werden in Anlehnung an Desiderio und Johnson (11) mit Hilfe der Größen

$$D_k = \frac{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_k^{(Q+H)} - \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_k^{(Q)}}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_k^{(Q)}} \quad \text{(in \%)} \qquad (6.1)$$

dargestellt. Hierbei sind $(\frac{d\sigma}{d\Omega})_k^{(Q+H)}$ und $(\frac{d\sigma}{d\Omega})_k^{(Q)}$ die differentiellen Coulombanregungsquerschnitte des k-ten Energieniveaus mit bzw. ohne Einschluß der 2^4-Pol-Wechselwirkung. Die Numerierung der Zustände entspricht ihrer energetischen Reihenfolge beginnend mit k=1 für den Grundzustand. Im folgenden werden statt der Niveauindizes häufig auch die Spin- und Paritätsquantenzahlen sowie ein die Bandenzugehörigkeit kennzeichnender Buchstabe angegeben.

In den Abbildungen 2 bis 8 sind die Größen D_k in Abhängigkeit von der Einschußenergie des Ions für verschiedene spezielle Fälle aufgetragen. Die zu den Abbildungen gehörigen Tabellen sind im Tabellenanhang beigefügt.

Die verschiedenen Abbildungen werden im folgenden einzeln besprochen.

6.1a Abbildung 2 zeigt die Ergebnisse einer Vier-Niveau-Rechnung im reinen Rotatormodell für verschiedene Teilchen-Streuwinkel (90°, 120°, 160°) bei einem angenommenen Verhältnis von $ß_2/ß_4 = 3$. Die hier voll ausgezeichnete Kurvenschar für $\theta = 160^\circ$ wird in den folgenden Abbildungen häufig zum leichteren Vergleich mit Ergebnissen, welche unter anderen Annahmen erhalten werden, mit Strichen eingezeichnet. Sie wird künftig kurz mit Vergleichs- oder auch Standardkurve bezeichnet.

6.1b Abbildung 3 stellt ebenfalls die Ergebnisse einer Vier-Niveau-Rechnung im Rotatormodell dar bei einem Streuwinkel von $\theta = 160^\circ$. Der Unterschied zur Standardrechnung liegt darin, daß das Vorzeichen von $ß_2/ß_4$ umgekehrt wurde (jetzt $ß_2/ß_4 = -3$). Dabei wurde so vorgegangen, daß der als experimentell gesichert angenommene Wert des intrinsischen Quadrupolmomentes $Q_2 = 5.8b$ und damit nach (3.14) auch die gesamte E2-Matrix nicht verändert wurde. Nur das innere 2^4-Pol-Moment und damit die E4-Matrixelemente erhalten entsprechend dem neuen $ß_2/ß_4$-Verhältnis andere Werte, welche in der Tabelle 2 in der letzten Spalte wiedergegeben sind[+]. Die neuen E4-Matrix-

+) Man hätte die Abhängigkeit der Ergebnisse vom Vorzeichen des 2^4-Pol-Moments natürlich auch lediglich durch Multiplikation der E4-Matrixelemente mit -1 zeigen können. Der diesem Vorgehen entsprechende Wert von $ß_2/ß_4$ liegt aber weit weg von den Ergebnissen von Hendrie (6) und ist vermutlich bei schweren Rotationskernen unrealistisch.

elemente sind durchweg dem Betrage nach kleiner als im Vergleichsfalle und haben umgekehrte Vorzeichen. Die gleichen qualitativen Züge zeigen sich auch in den Coulombanregungs-Ergebnissen.

Allgemein wird es also schwieriger sein, bei Kernen mit positiver Quadrupoldeformation aus Coulombanregungsdaten eine negative 2^4-Pol-Deformation (über das entsprechende Multipolmoment) nachzuweisen, als eine vergleichsweise gleichgroße positive 2^4-Pol-Deformation.

6.1c Abbildung 4 gibt die Ergebnisse einer Rechnung wieder, bei welcher lediglich die Übergänge $0^+g \leftrightarrow 4^+g$ und $2^+g \leftrightarrow 6^+$ ausgelassen wurden (durch Nullsetzen der entsprechenden Matrixelemente). Das sind - im Rahmen dieser Rechnung - die einzigen Übergänge, bei denen der 2^4-Pol-Anteil unbegleitet von Quadrupolanregung auftritt. Die ausgeprägte Energieabhängigkeit der hier auftretenden Hexadekapoleffekte ist verständlich: Die höheren Zustände können erst dann vom 2^4-Pol-Anteil beeinflußt werden, wenn die mehrfache Coulombanregung merklich ins Spiel kommt. Das ist der Fall bei höheren Teilchenenergien.

6.1d Abbildung 5 zeigt (in verändertem Maßstab !) den Einfluß der Hexadekapolorientierung. Nur die diagonalen E4-Matrixelemente wurden in die Berechnung mit einbezogen. Die Ergebnisse für $D(2^+g)$ geben ungefähr die Verhältnisse der Rechnungen von Desiderio und Johnson (11) wieder. Ein genauer zahlenmäßiger Vergleich ist aus folgenden Gründen nicht möglich:

a) Die Autoren von (11) benutzen ein Verhältnis von $\langle 2^+g||M(E4)||2^+g\rangle / \langle 2^+g||M(E2)||2^+g\rangle = -0.25 \cdot 10^{-24}\ cm^2$, [+)] während unser Wert $+0.21 \cdot 10^{-24}\ cm^2$ ist.
b) Ihr Teilchenstreuwinkel beträgt 150° bzw. 170° (hier: 160°).
c) Die unterschiedliche Anzahl der berücksichtigten Kernzustände führt zu unterschiedlichen Ergebnissen.

Der Einfluss der diagonalen E4-Matrixelemente ist vernachlässigbar klein. Das bedeutet, daß über die diagonalen Matrixelemente

---

+) Definition der reduzierten Matrixelemente entsprechend Gl. (3.14)

aus einem Studium der Coulombanregungsquerschnitte schwerlich direkte Information zu gewinnen ist. Damit ist es auch nahezu unmöglich, etwa durch ein Reorientierungsexperiment das statische Hexadekapolmoment angeregter Kernzustände zu bestimmen.

6.1e Abbildung 6 und Abbildung 7: Diese beiden Sechs-Niveau-Rechnungen dienen der Klärung der Frage, wie die gewonnenen Ergebnisse innerhalb der Grundbande durch Hinzunahme der beiden ersten Zustände der ß-Bande geändert werden. Für die Beträge der hierbei auftretenden E2-Matrixelemente zwischen den beiden Banden sind experimentelle Werte bekannt (s. Tabelle S. 13). Jedoch sind die experimentellen Fehler zum Teil beträchtlich. Die eben gestellte Frage läßt sich aber nur dann sinnvoll beantworten, wenn man angeben kann, wie empfindlich die erhaltenen Ergebnisse von der genauen Kenntnis der E2-Übergangsmatrixelemente zwischen den Banden abhängen. Zur Untersuchung dieser Frage wurde die Sechs-Niveau-Rechnung zunächst mit Werten des Rotations-Vibrations-Modells (28) für die E2-Bandenübergänge (vgl. die reduzierten Matrixelemente $<4^+g||M(E2)||2^+ß>$, $<2^+g||M(E2)||2^+ß>$ und $<0^+g||M(E2)||2^+ß>$ der Tabelle S. 13, Spalte 3) durchgeführt. Dabei wurden die Matrixelemente innerhalb der Grundbande nicht geändert. In einer zweiten Rechnung (Abb. 7) wurden nun lediglich für die drei oben angegebenen Übergänge die experimentellen Werte (versehen mit dem Vorzeichen des Rotations-Vibrations-Modells) eingesetzt und sonst nichts geändert. Die Modellwerte sind im Durchschnitt um den Faktor 1.85 größer als das Experiment angibt. Es ist eine häufig beobachtete Tatsache, daß die Bandenmischung in Wirklichkeit kleiner ist als die Vorhersage des Rotations-Vibrations-Modells. Entsprechend ist auch der Einfluß, den die ß-Bande auf die Grundbande ausübt im Fall der Abbildung 6 stärker als bei Benutzung der experimentellen Größen. Allerdings bringt in beiden Fällen die Hinzunahme der ß-Bande nur eine leichte Abschwächung der für die Grundbande bereits bekannten Effekte mit sich, die aber bei genauer quantitativer Auswertung sorgfältig zu berücksichtigen ist.

6.1f Abbildung 8 zeigt, wie die Ergebnisse der Abb. 2 durch Hinzunahme eines weiteren Grundbandenmitgliedes (8^+g) geändert werden. Da man gerade bei den höheren Spinzuständen die stärksten 2^4-Pol-Effekte beobachtet, muß die Anzahl der im Programm berücksichtigten Rotationszustände hinreichend groß gewählt werden, um die Anpassung an experimentelle Daten sinnvoll durchzuführen.

6.1g In zwei weiteren Rechnungen wurde der Einfluß der Ionenart auf die bislang gefundenen Effekte untersucht. Für zwei Ionenarten (^4He, ^{32}S) mit gleichen Z/A und stark unterschiedlichen Massen sind in den Tabellen 3 und 4 die D_k-Werte angegeben. Zum Vergleich wurden aus der Abbildung 7 interpolierte Werte entsprechender ^{16}O-Rechnungen danebengestellt, bei welchen die Einschußenergien so gewählt wurden, daß sich die ^{16}O-Ionen auf den gleichen Rutherfordbahnen bewegen, wie das jeweils betrachtete Ion+). Im Gegensatz zu den früheren Rechnungen wurde diesmal auf die experimentellen Gegebenheiten am Erlanger Tandembeschleuniger Rücksicht genommen: Die Einschußenergie für ^{32}S (maximal erreichbar: 42 MeV für die sechsfach ionisierte Komponente) sollte mindestens 35 MeV betragen, sonst ist die Anregungswahrscheinlichkeit des $|4^+g\rangle$ - Zustandes für die Messung zu klein. Aus demselben Grund wurde als niedrigste α-Energie 11 MeV gewählt. Die obere Grenze (12 MeV) ist hier durch die geringe Höhe des Coulombwalls gegeben (17.6 MeV). Wegen des dadurch stark eingeengten Energiebereiches wurde auf eine graphische Darstellung verzichtet.

Die Matrixelemente sind dieselben wie bei Abb. 7.
Die eingeklammerten Werte sind die Ergebnisse für Zustände, deren differentieller Anregungsquerschnitt unter den angebenen Be-

---

+) Der Vergleich hätte korrekterweise im Schwerpunktsystem durchgeführt werden müssen statt wie hier im Laborsystem. Da aber ohnehin die ^{16}O-Daten nur graphisch interpoliert wurden, fällt die geringfügige Unterschiedlichkeit beider Teilchenbahnen nicht ins Gewicht.

dingungen kleiner als $1 \cdot 10^{-5}$ barn/sterad ist. Messungen sind bei so kleinen Anregungsquerschnitten unter den üblichen Experimentierbedingungen nicht möglich. Der Teilchenstreuwinkel beträgt in allen Fällen $\theta = 160^{\circ}$ (Laborsystem). Angabe der D_k-Werte wie bislang in %.

Tabelle 3: Hexadekapoleffekte bei Coulombanregung durch ^{4}He- bzw. ^{16}O-Ionen

Ion	E(MeV)	E/A	$D(2^+g)$	$D(4^+g)$	$D(0^+ß)$	$D(6^+g)$	$D(2^+ß)$
^{4}He ^{16}O	12 48	3	-0.43 -1.1	16.8 1.2	(0.193) -2.3	(118.5) 15.2	1.03 11.4
^{4}He ^{16}O	11.5 46	2.88	-0.38 -1.0	16.6 1.5	(0.158) -2.1	(115.3) 15.0	0.93 9.8
^{4}He ^{16}O	11 44	2.75	-0.33 -0.95	16.4 1.8	(0.126) -1.8	(112.5) 14.9	0.83 7.9

Tabelle 4: Hexadekapoleffekte bei Coulombanregung durch ^{32}S- bzw. ^{16}O-Ionen.

Ion	E(MeV)	E/A	$D(2^+g)$	$D(4^+g)$	$D(0^+ß)$	$D(6^+g)$	$D(2^+ß)$
^{32}S ^{16}O	45 22.5	1.4	-0.25 -0.11	1.63 3.3	(-0.52) (-0.3)	(6.37) (13.2)	(2.2) (0.86)
^{32}S ^{16}O	40 20	1.2	-0.17 -0.114	1.7 3.33	(-0.45) (-0.27)	(6.46) (13.5)	(1.78) (0.85)
^{32}S ^{16}O	35 17.5	1.09	-0.11 -	1.88 -	(-0.54) -	(6.8) -	(5.05) -

6.2 Einfluß der Hexadekapolwechselwirkung auf die Teilchen-Gamma-Winkelkorrelationsfunktion

Für mehrere γ-Übergänge wurde unter verschiedenen experimentellen

Bedingungen die Teilchen-Gamma-Winkelkorrelationsfunktion einmal mit und einmal ohne Einschluß der 2^4-Pol-Wechselwirkung errechnet.+) Beide Resultate wurden miteinander verglichen. Das erhaltene Datenmaterial ist umfangreich und im Hinblick auf mögliche Experimente zur Bestimmung von 2^4-Pol-Momenten unergiebig, so daß auf eine vollständige Darstellung hier verzichtet wird. In den Abbildungen 9 bis 12 werden nur diejenigen Winkelkorrelationsfunktionen, bei denen die 2^4-Pol-Effekte am deutlichsten zu beobachten sind, graphisch dargestellt.
Dabei bedeutet θ wie üblich den Teilchenstreuwinkel, gegen die Strahlrichtung gemessen, und θ_γ den Winkel, unter welchem das γ-Quant emittiert wird (gegen die gleiche Bezugsrichtung gemessen). Im einzelnen wurden folgende Übergänge untersucht:

$|2^+g\rangle \rightarrow |0^+g\rangle$
$|4^+g\rangle \rightarrow |2^+g\rangle$
$|2^+ß\rangle \rightarrow |0^+g\rangle$
$|2^+ß\rangle \rightarrow |2^+g\rangle$
$|2^+ß\rangle \rightarrow |4^+g\rangle$

Die Rechnungen wurden für die Ionensorten ^{4}He (von 12 MeV), ^{16}O(von 50 MeV) und ^{32}S (von 35 MeV) durchgeführt jeweils bei den Teilchenstreuwinkeln 90° und 160°. In einigen Fällen wurden die Winkelkorrelationsfunktionen auch für $\theta = 120^\circ$ berechnet. Im Bereich $-90^\circ \leq \theta_\gamma \leq 90^\circ$ wurden die beiden Funktionswerte in Schritten von 1° bestimmt, so normiert, daß die Maxima den Wert 1.0 haben, und die Differenz jeweils in Prozent des Funktionswertes der Rechnung ohne Einschluß der Hexadekapolwechselwirkung angegeben. Teilchenstreuwinkel und Energie sind im Laborsystem angegeben.

6.3 Experimentelle Möglichkeiten zur Bestimmung von 2^4-Pol-Momenten

Die Verhältnisse bei Teilchen -γ- Winkelkorrelationsexperimenten sind im vorhergehenden Abschnitt dargelegt worden: Die 2^4-Pol-Effekte auf die Winkelkorrelationsfunktion sind klein. Das zeigt sich schon bei den angegebenen, theoretischen Winkelkorrelationen. Die notwendigen Korrekturen (wie: endlicher Raumwinkel der Zähler,

---

+) Dabei wurde ein von P. Holleczek erstelltes Computer-Programm benutzt, für dessen Überlassung ich an dieser Stelle herzlich danke.

Störung durch äußere Felder, magnetische Deorientierung usw.) verringern die ohnehin kleinen Effekte noch mehr. Wir werden deshalb im weiteren nicht näher auf diese Art von Experimenten eingehen.

Anders ist die Lage bei Wirkungsquerschnittmessungen. Hier sind die zu erwartenden Effekte teilweise recht beträchtlich. Es ist wahrscheinlich, daß die hier erhaltenen Ergebnisse in einer Reihe von Fällen eine Neuinterpretation bereits vorliegender Meßdaten notwendig machen. Leider kompliziert die Vielzahl der eingehenden Parameter eine solche Interpretation in starkem Maße. In manchen Fällen kann möglicherweise bei Berücksichtigung der 2^4-Pol-Wechselwirkung die Deutung von Meßdaten im Rahmen irgendeines Kernmodells konsistent durchgeführt werden, wo das bislang nicht möglich war. Solche Versuche können für Kernstrukturuntersuchungen nützlich sein.

Der Einfluß der diagonalen E4-Matrixelemente auf $(\frac{d\sigma}{d\Omega})_{Coul}$ ist allerdings so gering (vgl. Abb. 5) und von anderen, stärkeren Effekten überdeckt, daß eine direkte Information über statische Hexadekapolmomente in angeregten Kernzuständen kaum zugänglich ist. Man kann bestenfalls durch die nichtdiagonalen E4-Matrixelemente vermittels eines Kernmodells Aufschluß über die Diagonalelemente erhalten. Im folgenden soll ein experimentelles Vorgehen zur Bestimmung von 2^4-Pol-Momenten skizziert werden, bei welchem der Einfluß von Modellvorstellungen klein gehalten werden kann und - wenigstens bei den hier betrachteten deformierten gg-Kernen - die zu messenden Effekte keine extremen Anforderungen an das Experiment stellen. Diese Methode nutzt im wesentlichen zwei Tatsachen aus:

1. Es ist möglich, die Versuchsbedingungen so zu wählen, daß die vom Ion am Kernort erzeugte Feldstärke so schwach ist, daß der 4^+-Zustand gerade noch für eine Wirkungsquerschnittmessung genügend angeregt wird und die Anregung höherer Niveaus vernachlässigt werden kann.

2. Das Verhältnis der Stärke von 2^2-Pol-Wechselwirkung und 2^4-Pol-Wechselwirkung ist für verschiedene Abstände zwischen der Stoßpartnern unterschiedlich groß. (Das Quadrupolmoment wechselwirkt mit dem Gradienten von $\underline{E}$, das Hexadekapolmoment hingegen mit der dritten Ableitung von $\underline{E}$.)

In Tabelle 5 sind für drei verschiedene Ionensorten Versuchsbedingungen angegeben, unter welchen die beiden in 1. genannten Forderungen sehr gut erfüllt werden. Es wurden die Matrixelemente von Abbildung 7 verwendet.

Tabelle 5:

Zustand	^{4}He von 12 MeV	^{16}O von 20 MeV	^{32}S von 35 MeV
Differentieller Wirkungsquerschnitt in b/sterad für $\theta = 160^\circ$			
2^+g	8.986 E-3	2.875 E-2	4.794 E-2
4^+g	1.117 E-4	8.703 E-5	1.397 E-4
0^+ß	2.802 E-6	1.213 E-7	6.19 E-8
6^+g	7.85 E-7	5.111 E-8	5.456 E-8
2^+ß	2.2 E-5	3.454 E-7	8.264 E-9
Bei Beschränkung auf drei Zustände ändert sich $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ um			
2^+g	0.17 %	0.026 %	- 0.01 %
4^+g	0.49 %	0.35 %	0.29 %
D_k - Werte			
2^+g	-0.43 %	-0.114 %	-0.11 %
4^+g	16.8 %	3.33 %	1.88 %

Die geeigneten elektrischen Felder am Kernort werden dadurch erzeugt, daß entweder ein leichtes Ion auf einer dem Kern nahegelegenen Bahn vorbeifliegt (Fall von ^{4}He) oder ein schweres Ion auf einer weiter entfernten Bahn den Kern passiert (^{32}S). Der wesentliche Punkt ist, daß unter solchen Versuchsbedingungen der Vielfach-Coulomb-Anregungsprozeß mit hinreichender Genauigkeit nurmehr

von den zwischen den ersten drei Zuständen möglichen E2- und E4-Matrixelementen abhängt. Einige von ihnen können aus unabhängigen Experimenten festgelegt werden. Andere beeinflussen den Anregungsprozeß nur ganz schwach. Insbesondere können die diagonalen E4-Matrixelemente bei der Rechnung ganz weggelassen werden. Der dadurch entstehende Fehler in den differentiellen Wirkungsquerschnitten ist kleiner als 2 %.

Die einzelnen Schritte im Experiment sind nun:

a) Bestimmung von $|\langle 0^+g||M(E2)||2^+g\rangle|$ und $|\langle 2^+g||M(E2)||4^+g\rangle|$ durch Messungen der entsprechenden γ-Übergangswahrscheinlichkeiten (nicht durch Anpassung an Coulombanregungsdaten !)

b) Bestimmung von $\langle 2^+g||M(E2)||2^+g\rangle$ nach Größe und Vorzeichen aus einem Reorientierungsexperiment.

c) Aus den Vorstellungen des Rotatormodells werden jetzt den beiden unter a) nur der Größe nach bestimmten Matrixelementen mit Hilfe des in b) erhaltenen Wertes die entsprechenden Vorzeichen zugeordnet (Gl. (3.14)).

d) Aus $\langle 2^+g||M(E2)||2^+g\rangle$ wird im Rahmen des Rotatormodells $\langle 4^+g||M(E2)||4^+g\rangle$ der Größe und dem Vorzeichen nach bestimmt. Dieses Matrixelement beeinflußt die weiteren Ergebnisse nur wenig. Mäßige Genauigkeit ist ausreichend.

Damit sind alle für die Anpassung benötigten E2-Matrixelemente festgelegt.

e) Bestimmung von $\frac{d\sigma(2^+g)}{d\sigma(4^+g)}$ aus Coulombanregungsexperimenten mit wenigstens zwei verschiedenen Ionensorten.+)

f) Variation der beiden verbleibenden Parameter $\langle 0^+g||M(E4)||4^+g\rangle$ und $\langle 2^+g||M(E4)||4^+g\rangle$, so daß die erweiterte Fassung des Computer-Programmes die unter e) erhaltenen experimentellen Ergebnisse für alle ausgeführten Experimenten richtig wiedergibt.

+) Bei der Auswertung der ^{4}He-Messung sind nach (34) Korrekturen am Wirkungsquerschnitt anzubringen, die durch Quanteneffekte notwendig werden. Für diesen Hinweis danke ich Herrn Dr. S.G.Steadman.

Dabei werden die nichtdiagonalen E2- und E4-Matrixelemente variiert, von welchen die ersteren nicht über die experimentellen Fehlergrenzen aus a) verändert werden dürfen. Bei diesem Verfahren werden auch die Vorzeichen der E4-Matrixelemente gefunden.

g) Mit den Vorstellungen eines Kernmodells kann man zuletzt aus den jetzt bekannten E4-Übergangsmomenten die Diagonalelemente und damit das Hexadekapolmoment der Zustände $|2^+g\rangle$ und $|4^+g\rangle$ angeben.

Das geschilderte Verfahren ist sicher ein sinnvoller Kompromiss zwischen Vertrauen einerseits auf experimentelle Ergebnisse und andererseits auf Modellvorstellungen.

Eine andere Interpretationsmöglichkeit wäre etwa folgende: Man verzichtet unter c) auf Modell vorstellungen und bezieht die Vorzeichen als unabhängige Parameter in die Anpassung mit ein. Das ergibt eine erhebliche Komplizierung, und es ist fraglich, ob bei der zur Zeit erreichbaren experimentellen Genauigkeit eindeutige Ergebnisse erhalten werden können.

Ein etwas mehr modellabhängiges Vorgehen stellt der Versuch dar, unter f) die beiden E4-Matrixelemente nicht unabhängig voneinander zu variieren, sondern bei der Anpassung das vom Rotationsmodell vorgeschriebene Verhältnis $\langle 0^+g||M(E4)||4^+g\rangle / \langle 2^+g||M(E4)||4^+g\rangle = -0.878$ konstant zu halten.

Tabelle 6 zeigt, wie beim ^{4}He-Experiment die differentiellen Wirkungsquerschnitte auf Veränderung der beiden E4-Matrixelemente reagieren.

Tabelle 6

Bei Änderung von...	um...	ändert sich $(\frac{d\sigma}{d\Omega})_{2^+g}$ um...	ändert sich $(\frac{d\sigma}{d\Omega})_{4^+g}$ um...
$\langle 2^+g\|\|M(E4)\|\|4^+g\rangle$	-10 %	+ 0.007 %	-0.39 %
	-200 % (umgekehrtes Vorzeichen)	+ 0.14 %	- 7.7 %
$\langle 0^+g\|\|M(E4)\|\|4^+g\rangle$	-10 %	+ 0.025%	- 1.93 %
	-200%	+ 0.53 %	- 7 %

7. Zusammenfassung

Der Einfluß der elektrischen Hexadekapolwechselwirkung auf den Vielfach - Coulombanregungsprozess bei geradzahligen deformierten Atomkernen wurde mit Hilfe einer entsprechend erweiterten Fassung des Computerprogrammes von A. Winther und J. de Boer (30) untersucht. Durch systematische Variation der experimentellen Bedingungen (Einschußenergie, Teilchenstreuwinkel, Ionensorte) und der entsprechenden Kerngrößen (E2- und E4-Matrixelemente) wurde für einen typischen Rotationskern (^{152}Sm) die Größe der zu erwartenden Effekte berechnet und Möglichkeiten zu ihrer experimentellen Bestimmung gesucht. In Abschnitt 6.3 wurde ein Verfahren angegeben, das eine weitgehend modellunabhängige Bestimmung der Übergangsmatrixelemente $\langle 0^+g||M(E4)||4^+g\rangle$ und $\langle 2^+g||M(E4)||4^+g\rangle$ ermöglicht. Insbesondere ist es möglich, durch passend gewählte Versuchsbedingungen auch das Vorzeichen dieser Matrixelemente relativ zu den entsprechenden Quadrupolmatrixelementen zu ermitteln.

8. Literatur

(1) K.Kjällquist, Nucl. Phys. 9 (1958) 163
(2) P.O.Fröman, Mat. Fys. Skr. Dan. Vid. Selsk. 1, Nr. 3 (1957)
(3) K.Harada, Phys. Lett. 10 (1964) 80
(4) G.F.Bertsch, Phys. Lett. 26B (1968) 130
(5) B.Elbek et al., Nucl. Phys. 86 (1966) 385
(6) D.L.Hendrie et al., Phys. Lett. 26B (1968) 127
(7) M.G.Huber, Phys. Lett. 13 (1964) 242
(8) H.J.Mang und J.O.Rasmussen, Mat. Fys. Skr. Dan. Vid. Selsk 1, Nr. 3 (1962)
(9) R.J.Turner und L.E.Trainor, Can. Journ. Phys. 46 (1968) 2749
(10) S.G.Nilsson, Dan. Mat. Fys. Medd. 29, Nr. 16 (1955)
(11) A.M.Desiderio und W.R.Johnson, Nucl. Phys. A116 (1968) 577
(12) J. de Boer und J.Eichler in "Advances in Nucler Physics" (Vol. I), Plenum Press, New York 1968
(13) G.Breit, R.L.Gluckstern und J.E.Russell, Phys. Rev. 103 (1956)727
(14) L.C.Biedenharn und P.J.Brussaard,"Coulomb Excitation", Clarendon Press, Oxford 1966
(15) J.P.Elliot, Report NYO-2271 of the University of Rochester (1958)
(16) B.Castel und J.Parikh, Phys. Lett. 29B (1969) 341
(17) K.Alder et al., Rev. Mod. Phys. 28 (1956) 432
(18) J.S.Eck und W.J.Thompson, Proceedings of the Heavy Ion Conference Heidelberg, July 1969 (demnächst veröffentlicht)
(19) R. de Swiniarski et al., Phys. Rev. Lett. 23 (1969) 317
(20) K.Alder und A.Winther, Dan.Mat.Fys.Medd. 32, Nr. 8 (1960)
(21) L.Varnell et al., Nucl. Phys. A127 (1969) 270
(22) P. de Brunner und W.Kündig, Helv. Phys. Acta 33 (1960) 395
(23) J.H.Hamilton et al., Phys. Rev. Lett. 19 (1967) 1484
(24) H.W.Kugel et al., Phys. Rev. 165 (1968) 1352
(25) L.L.Riedinger et al., Proceedings of the Heavy Ion Conference Heidelberg, July 1969 (demnächst veröffentlicht)
(26) G.B.Hageman et al., (demnächst veröffentlicht)
(27) Y.Yoshizawa et al., Nucl. Phys. 73 (1965) 273
(28) A.Faessler, W.Greiner und R.K. Sheline, Nucl. Phys.70(1965) 33
(29) A.R.Edmonds: Drehimpulse in der Quantenmechanik (BI Hochschultaschenbuch 53/53a)
(30) A.Winther und J. de Boer in "Coulomb Excitation" (Hrsg. von K.Alder und A.Winther), Academic Press (1966)

(31) A.S.Dawydow: Theorie des Atomkerns, Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1963 (1. deutsche Auflage)
(32) S.Gill, Proc. Cambridge Phil. Soc. 47 (1951) 96
(33) L.Collatz, "The Numerical Treatment of Differential Equations" 3rd ed. (1960) S.82, Springer Verlag Berlin
(34) K.Alder und H.K.R.Pauli, Nucl. Phys. A128 (1969) 193

Herrn Prof. Dr. N. Fiebiger danke ich besonders herzlich für die Möglichkeit, diese Arbeit durchführen zu können, und für sein ständiges Interesse während ihres Fortgangs.

Für die Gastfreundlichkeit, die ich am Institut für Theoretische Physik der Universität Frankfurt erlebte, sei Herrn Prof. Dr. W. Greiner und allen Angehörigen dieses Instituts ebenfalls herzlich gedankt.

Für eine Reihe anregender Diskussionen bin ich Herrn Prof. Dr. M.G.Huber sehr dankbar.

Die Liste derer, die zum Gelingen der Arbeit beigetragen haben ist lang: Alle Mitglieder der Erlanger Coulombanregungs-Gruppe haben durch sachliche Kritik mitgeholfen. Wertvolle Unterstützung bei der mühevollen Kontrolle der numerischen Ergebnisse haben besonders die Herren E.Casas und P.Holleczek geleistet. Allen sei herzlich gedankt.

Tabelle A 1

zu Abb. 2			Streuwinkel Θ = 160 °(Laborsystem)		
E_{160} (MeV)	Niveau Nr.	Zustand	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_k^{(Q+H)}$ in b/st	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_k^{(Q)}$ in b/st	D_k in %
20.0	2	2^+g	2.87575 E-2	2.87894 E-2	- 0.111
"	3	4^+g	8.74268 E-5	8.46032 E-5	+ 3.33
"	4	6^+g	5.10523 E-8	4.49035 E-8	+ 13.7
25.0	2	2^+g	4.24105 E-2	4.25099 E-2	- 0.23
"	3	4^+g	4.28887 E-4	4.15592 E-4	+ 3.20
"	4	6^+g	1.14526 E-6	1.01045 E-6	+ 13.3
30.0	2	2^+g	5.34048 E-2	5.36310 E-2	- 0.415
"	3	4^+g	1.24785 E-3	1.21063 E-3	+ 3.07
"	4	6^+g	9.16669 E-6	8.05574 E-6	+ 13.8
35.0	2	2^+g	6.12014 E-2	6.16237 E-2	- 0.69
"	3	4^+g	2.72182 E-3	2.64547 E-3	+ 2.89
"	4	6^+g	4.21861 E-5	3.69388 E-5	+ 14.3
40.0	2	2^+g	6.54693 E-2	6.61776 E-2	- 1.07
"	3	4^+g	4.94495 E-3	4.81880 E-3	+ 2.57
"	4	6^+g	1.39193 E-4	1.21241 E-4	+ 14.8
50.0	2	2^+g	6.29628 E-2	6.44991 E-2	- 2.38
"	3	4^+g	1.13498 E-2	1.11850 E-2	+ 1.47
"	4	6^+g	8.26355 E-4	7.11508 E-4	+ 16.3
60.0	2	2^+g	4.79156 E-2	5.02962 E-2	- 4.75
"	3	4^+g	1.81897 E-2	1.84231 E-2	- 1.27
"	4	6^+g	2.93925 E-3	2.51367 E-3	+ 16.9

Tabelle A 2

zu Abb. 2		Streuwinkel Θ = 120 °(Laborsystem)			
E_{16O} (MeV)	Niveau Nr.	Zustand	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_k^{(Q+H)}$ in b/st	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_k^{(Q)}$ in b/st	D_k in %
20.0	2	2^+g	3.60106 E-2	3.60401 E-2	- 0.082
"	3	4^+g	1.01413 E-4	9.78931 E-5	+ 3.6
"	4	6^+g	7.06348 E-8	6.14143 E-8	+ 15.0
25.0	2	2^+g	5.22004 E-2	5.22854 E-2	- 0.16
"	3	4^+g	4.39748 E-4	4.25576 E-4	+ 3.33
"	4	6^+g	1.21098 E-6	1.06096 E-6	+ 14.2
30.0	2	2^+g	6.57905 E-2	6.59765 E-2	- 0.28
"	3	4^+g	1.19419 E-3	1.15709 E-3	+ 3.21
"	4	6^+g	8.09518 E-6	7.08998 E-6	+ 14.2
35.0	2	2^+g	7.64628 E-2	7.68078 E-2	- 0.45
"	3	4^+g	2.51551 E-3	2.44119 E-3	+ 3.05
"	4	6^+g	3.31592 E-5	2.89937 E-5	+ 14.4
40.0	2	2^+g	8.39496 E-2	8.45336 E-2	- 0.69
"	3	4^+g	4.51915 E-3	4.39264 E-3	+ 2.88
"	4	6^+g	1.01493 E-4	8.84575 E-5	+ 14.8
50.0	2	2^+g	8.83869 E-2	8.97469 E-2	- 1.52
"	3	4^+g	1.06843 E-2	1.04397 E-2	+ 2.34
"	4	6^+g	5.61958 E-4	4.85669 E-4	+ 15.7
60.0	2	2^+g	7.85891 E-2	8.10779 E-2	- 3.07
"	3	4^+g	1.87972 E-2	1.86049 E-2	+ 1.03
"	4	6^+g	1.99847 E-3	1.71362 E-3	+ 16.6

Tabelle A3

zu Abb. 2			Streuwinkel Θ = 90 °(Laborsystem)		
E_{16O} (MeV)	Niveau Nr.	Zustand	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_k^{(Q+H)}$ in b/st	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_k^{(Q)}$ in b/st	D_k in %
20.0	2	2^+_g	4.86467E-2	4.86699 E-2	-0.048
"	3	4^+_g	1.00792 E-4	0.96831 E-4	+4.09
"	4	6^+_g	5.71155 E-8	4.91230 E-8	+16.3
25.0	2	2^+_g	6.89070E-2	6.89708 E-2	-0.09
"	3	4^+_g	3.92666 E-4	3.78851 E-4	+3.65
"	4	6^+_g	8.33378 E-7	7.21596 E-7	+15.5
30.0	2	2^+_g	8.65507E-2	8.66798 E-2	-0.15
"	3	4^+_g	9.92397E-4	9.59280E-4	+3.45
"	4	6^+_g	4.85769E-6	4.21996 E-6	+15.1
35.0	2	2^+_g	1.01733 E-1	1.01964 E-1	-0.23
"	3	4^+_g	2.00484 E-3	1.94085 E-3	+3.30
"	4	6^+_g	1.79275E-5	1.55853 E-5	+15.0
40.0	2	2^+_g	1.14415E-1	1.14802 E-1	-0.34
"	3	4^+_g	3.53514E-3	3.42590 E-3	+3.19
"	4	6^+_g	5.09239E-5	4.42300E-5	+15.1
50.0	2	2^+_g	1.31384E-1	1.32306 E-1	-0.70
"	3	4^+_g	8.50081 E-3	8.25092 E-3	+3.03
"	4	6^+_g	2.60441E-4	2.24806 E-4	+15.8
60.0	2	2^+_g	1.35428E-1	1.37320 E-1	-1.37
"	3	4^+_g	1.61937 E-2	1.57699 E-2	+2.69
"	4	6^+_g	9.16305 E-4	7.84657E-4	+14.4

Tabelle A4

zu Abb. 3		Streuwinkel Θ = 160 °(Laborsystem)			
E_{160} (MeV)	Niveau Nr.	Zustand	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_k^{(Q+H)}$ in b/st	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_k^{(Q)}$ in b/st	D_k in %
20.0	2	2^+g	2.88026 E-2	2.87894 E-2	+0.05
"	3	4^+g	8.36193 E-5	8.46032 E-5	-1.16
"	4	6^+g	4.34756 E-8	4.49035 E-8	-3.18
30.0	2	2^+g	5.37160 E-2	5.36310 E-2	+0.16
"	3	4^+g	1.19893 E-3	1.21063 E-3	-0.97
"	4	6^+g	7.82226 E-6	8.05574 E-6	-2.9
40.0	2	2^+g	6.64454 E-2	6.61776 E-2	+0.40
"	3	4^+g	4.77820 E-3	4.81880 E-3	-0.84
"	4	6^+g	1.17474 E-4	1.21241 E-4	-3.11
50.0	2	2^+g	6.50682 E-2	6.44991 E-4	+0.88
"	3	4^+g	1.11263 E-2	1.11850 E-2	-0.53
"	4	6^+g	6.87911 E-4	7.11508 E-4	-3.32
60.0	2	2^+g	5.11681 E-2	5.02962 E-2	+1.73
"	3	4^+g	1.84607 E-2	1.84231 E-2	+0.20
"	4	6^+g	2.42246 E-3	2.51367 E-3	-3.63

Tabelle A5

zu Abb. 4		Streuwinkel Θ = 160 °(Laborsystem)			
E_{160} (MeV)	Niveau Nr.	Zustand	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_k^{(Q+H)}$ in b/st	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_k^{(Q)}$ in b/st	D_k in %
20.0	2	2^+_g	2.87755 E-2	2.87894 E-2	-0.05
"	3	4^+_g	8.53480 E-5	8.46032 E-5	+0.88
"	4	6^+_g	4.57742 E-8	4.49035 E-8	+1.94
30.0	2	2^+_g	5.35372 E-2	5.36310 E-2	-0.18
"	3	4^+_g	1.23048 E-3	1.21063 E-3	+1.64
"	4	6^+_g	8.34525 E-6	8.05574 E-6	+3.60
40.0	2	2^+_g	6.58092 E-2	6.61774 E-2	-0.56
"	3	4^+_g	4.94149 E-3	4.81880 E-3	+2.55
"	4	6^+_g	1.28297 E-4	1.21241 E-4	+5.82
50.0	2	2^+_g	6.35111 E-2	6.44991 E-2	-1.53
"	3	4^+_g	1.15530 E-2	1.11850 E-2	+3.29
"	4	6^+_g	7.72062 E-4	7.11508 E-4	+8.53
60.0	2	2^+_g	4.84462 E-2	5.02962 E-2	-3.48
"	3	4^+_g	1.90301 E-2	1.84231 E-2	+3.30
"	4	6^+_g	2.79897 E-3	2.51367 E-3	+11.35

Tabelle A6

zu Abb. 5		Streuwinkel Θ = 160 °(Laborsystem)			
E_{160} (MeV)	Niveau Nr.	Zustand	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_k^{(Q+H)}$ in b/st	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_k^{(Q)}$ in b/st	D_k in %
20.0	2	2^+_g	2.87761 E-2	2.87894 E-2	-0.05
"	3	4^+_g	8.45805 E-5	8.46032 E-5	-0.027
"	4	6^+_g	4.48996 E-8	4.49035 E-8	-0.0087
30.0	2	2^+_g	5.35620 E-2	5.36310 E-2	-0.13
"	3	4^+_g	1.20970 E-3	1.21063 E-3	-0.077
"	4	6^+_g	8.05306 E-6	8.05574 E-6	-0.033
40.0	2	2^+_g	6.59788 E-2	6.61776 E-2	-0.301
"	3	4^+_g	4.81023 E-3	4.81880 E-3	-0.208
"	4	6^+_g	1.21136 E-4	1.21241 E-4	-0.087
50.0	2	2^+_g	6.40736 E-2	6.44991 E-2	-0.66
"	3	4^+_g	1.11422 E-2	1.11850 E-2	-0.38
"	4	6^+_g	7.10126 E-4	7.11508 E-4	-0.19
60.0	2	2^+_g	4.95927 E-2	5.02962 E-2	-1.40
"	3	4^+_g	1.82777 E-2	1.84231 E-2	-0.79
"	4	6^+_g	2.50358 E-3	2.51367 E-3	-0.403

Tabelle A7

zu Abb. 6		Streuwinkel Θ = 160 °(Laborsystem)			
E_{160} (MeV)	Niveau Nr.	Zustand	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_k^{(Q+H)}$ in b/st	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_k^{(Q)}$ in b/st	D_k in %
20.0	2	2^+g	2.87251 E-2	2.87578 E-2	- 0.11
"	3	4^+g	8.62026 E-5	8.35509 E-5	+ 3.18
"	4	$0^+\beta$	7.80694 E-7	7.81245 E-7	- 0.071
"	5	6^+g	5.13183 E-8	4.55290 E-8	+ 12.75
"	6	$2^+\beta$	1.56402 E-6	1.55692 E-6	+ 0.45
30.0	2	2^+g	5.31229 E-2	5.33461 E-2	- 0.42
"	3	4^+g	1.23211 E-3	1.20085 E-3	+ 2.66
"	4	$0^+\beta$	7.29250 E-5	7.30122 E-5	- 0.12
"	5	6^+g	9.34633 E-6	8.31352 E-6	+ 12.5
"	6	$2^+\beta$	8.36339 E-5	8.28681 E-5	+ 9.25
40.0	2	2^+g	6.42900 E-2	6.49926 E-2	- 1.08
"	3	4^+g	4.89513 E-3	4.80271 E-3	+ 1.93
"	4	$0^+\beta$	5.98153 E-4	5.99935 E-4	- 0.3
"	5	6^+g	1.43009 E-4	1.26282 E-4	+ 13.25
"	6	$2^+\beta$	2.96305 E-4	2.89997 E-4	+ 2.17
50.0	2	2^+g	6.04092 E-2	6.18808 E-2	- 2.38
"	3	4^+g	1.10546 E-2	1.09913 E-2	+ 0.58
"	4	$0^+\beta$	1.85446 E-2	1.87119 E-3	- 0.90
"	5	6^+g	8.40488 E-4	7.35902 E-4	+ 14.2
"	6	$2^+\beta$	3.85559 E-4	3.61118 E-4	+ 6.78
60.0	2	2^+g	4.46777 E-2	4.46964 E-2	- 4.54
"	3	4^+g	1.69459 E-2	1.73683 E-2	- 2.44
"	4	$0^+\beta$	3.31194 E-3	3.39374 E-3	- 2.42
"	5	6^+g	2.91401 E-3	2.54228 E-3	+ 14.7
"	6	$2^+\beta$	6.78069 E-4	6.09346 E-4	+ 11.3

Tabelle A8

zu Abb. 7		Streuwinkel Θ = 160 °(Laborsystem)			
E_{160} (MeV)	Niveau Nr.	Zustand	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_k^{(Q+H)}$ in b/st	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_k^{(Q)}$ in b/st	D_k in %
20.0	2	2^+g	2.87498 E-2	2.87335 E-2	- 0.114
"	3	4^+g	8.70349 E-5	8.42287 E-5	+ 3.33
"	4	$0^+\beta$	1.21344 E-7	1.21617 E-7	- 0.27
"	5	6^+g	5.11176 E-8	4.50555 E-8	+ 13.5
"	6	$2^+\beta$	3.45367 E-7	3.42477 E-7	+ 0.85
30.0	2	2^+g	5.33410 E-2	5.35641 E-2	- 0.42
"	3	4^+g	1.24200 E-3	1.20675 E-3	+ 3.22
"	4	$0^+\beta$	1.16337 E-5	1.16719 E-3	- 0.33
"	5	6^+g	9.21109 E-6	8.12090 E-6	+ 13.4
"	6	$2^+\beta$	1.93134 E-5	1.89425 E-5	+ 1.96
40.0	2	2^+g	6.52158 E-2	6.59242 E-2	- 1.08
"	3	4^+g	4.92312 E-3	4.80880 E-3	+ 2.38
"	4	$0^+\beta$	9.65531 E-5	9.70557 E-5	- 0.52
"	5	6^+g	1.40284 E-4	1.22565 E-4	+ 14.5
"	6	$2^+\beta$	7.69378 E-5	7.32929 E-5	+ 4.98
50.0	2	2^+g	6.24637 E-2	6.39828 E-2	- 2.37
"	3	4^+g	1.12458 E-2	1.11221 E-2	+ 1.10
"	4	$0^+\beta$	2.98377 E-4	3.01577 E-4	- 1.06
"	5	6^+g	8.30492 E-4	7.18257 E-4	+ 15.6
"	6	$2^+\beta$	1.33411 E-4	1.18423 E-4	+ 12.7
60.0	2	2^+g	4.73776 E-2	4.96821 E-2	- 3.15
"	3	4^+g	1.78026 E-2	1.81266 E-2	- 1.79
"	4	$0^+\beta$	5.23599 E-4	5.36467 E-4	- 2.40
"	5	6^+g	2.93304 E-3	2.52292 E-3	+ 16.3
"	6	$2^+\beta$	2.73110 E-4	2.33463 E-4	+ 17.0

Tabelle A9

zu Abb. 8			Streuwinkel Θ = 160 °(Laborsystem)		
E_{160} (MeV)	Niveau Nr.	Zustand	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_k^{(Q+H)}$ in b/st	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_k^{(Q)}$ in b/st	D_k in %
20.0	2	2^+_g	2.87569 E-2	2.87905 E-2	- 0.18
"	3	4^+_g	8.74696 E-5	8.45173 E-5	+ 3.49
"	4	6^+_g	5.12196 E-8	4.51073 E-8	+ 13.6
"	5	8^+_g	8.80844 E-12	6.58796 E-12	+ 33.2
30.0	2	2^+_g	5.34080 E-2	5.36315 E-2	- 0.44
"	3	4^+_g	1.24775 E-3	1.21070 E-3	+ 3.06
"	4	6^+_g	9.14392 E-6	8.07387 E-6	+ 13.3
"	5	8^+_g	2.99066 E-8	2.22431 E-8	+ 29.7
40.0	2	2^+_g	6.54677 E-2	6.61777 E-2	- 1.07
"	3	4^+_g	4.94612 E-3	4.81816 E-3	+ 2.67
"	4	6^+_g	1.36666 E-4	1.20201 E-4	+ 13.7
"	5	8^+_g	1.93818 E-6	1.40844 E-6	+ 37.6
50.0	2	2^+_g	6.29562 E-2	6.44990 E-2	- 2.39
"	3	4^+_g	1.13701 E-2	1.11871 E-2	+ 1.54
"	4	6^+_g	7.82250 E-4	6.87896 E-4	+ 13.7
"	5	8^+_g	2.97274 E-5	2.09935 E-5	+ 41.6
60.0	2	2^+_g	4.78714 E-2	5.02954 E-2	- 4.8
"	3	4^+_g	1.83383 E-2	1.84654 E-2	- 0.69
"	4	6^+_g	2.61238 E-3	2.32517 E-3	+ 12.4
"	5	8^+_g	2.17226 E-4	1.49314 E-4	+ 45.4

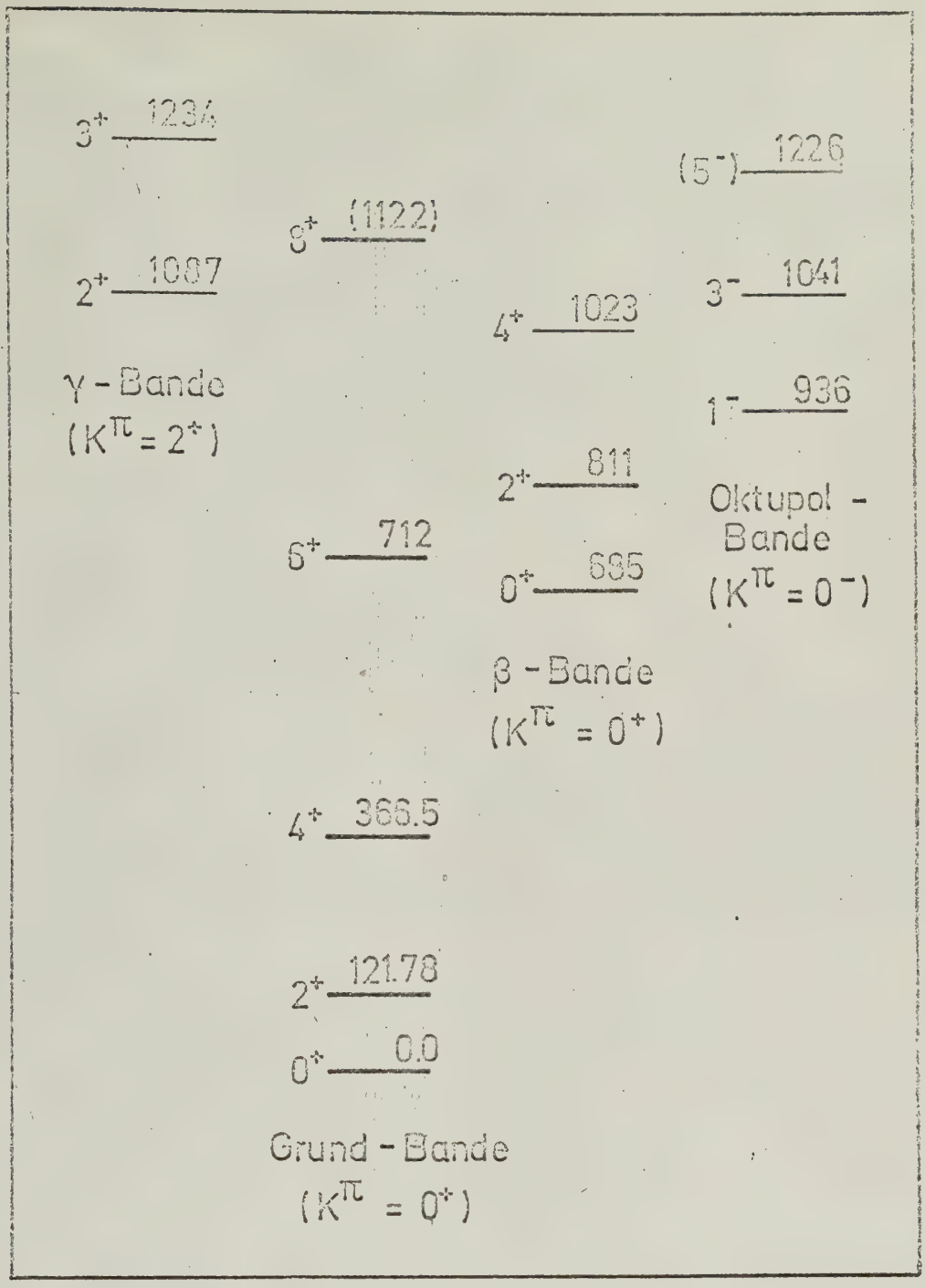


Abb. 1 Niveauschema von $^{152}_{62}Sm$

die stark eingezeichneten Niveaus wurden in den Rechnungen berücksichtigt.

Energien in keV

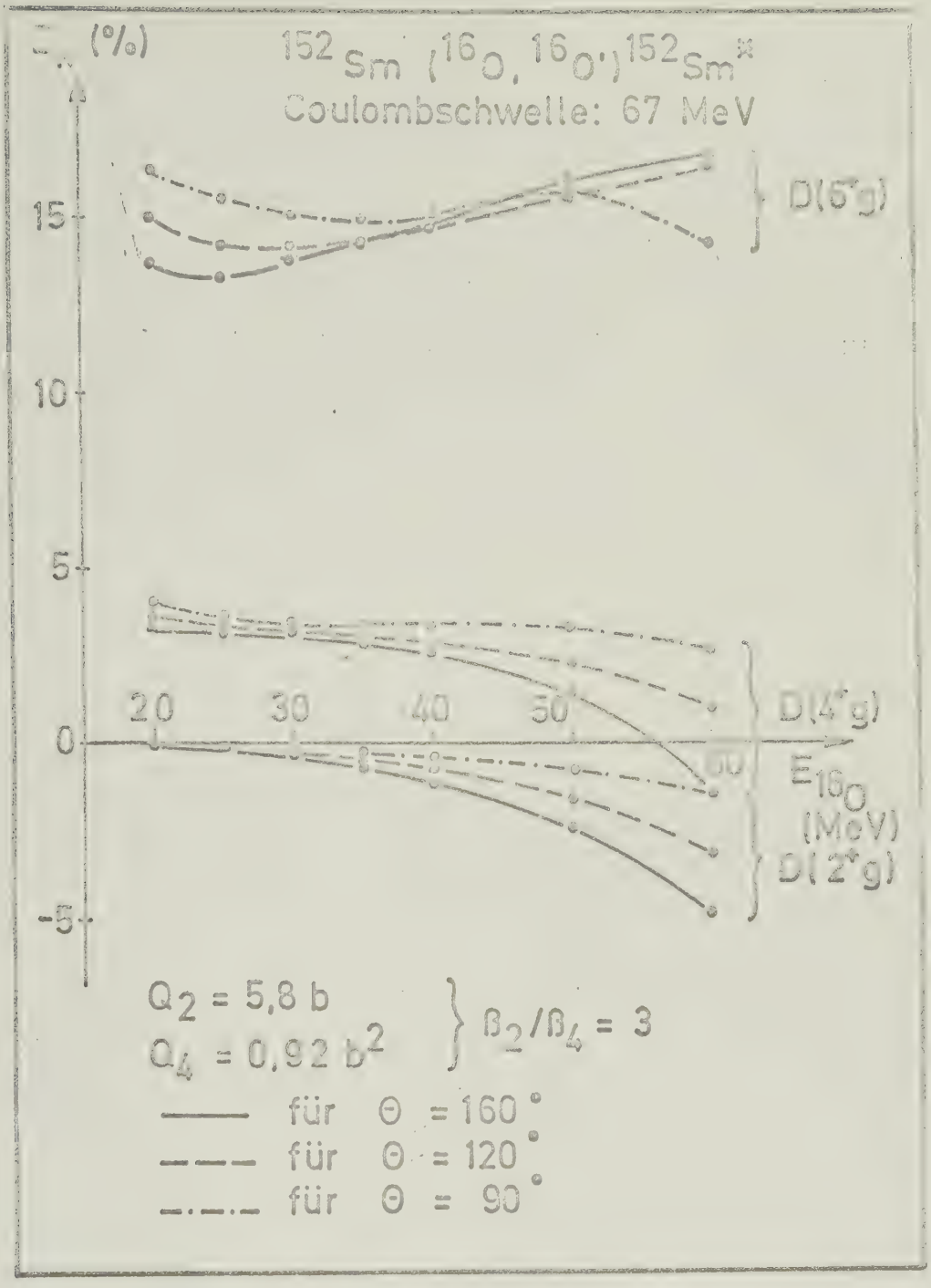


Abb. 2 Einfluß der 2^4 - Pol - Wechselwirkung auf $\frac{d\sigma}{d\Omega}_{coul}$

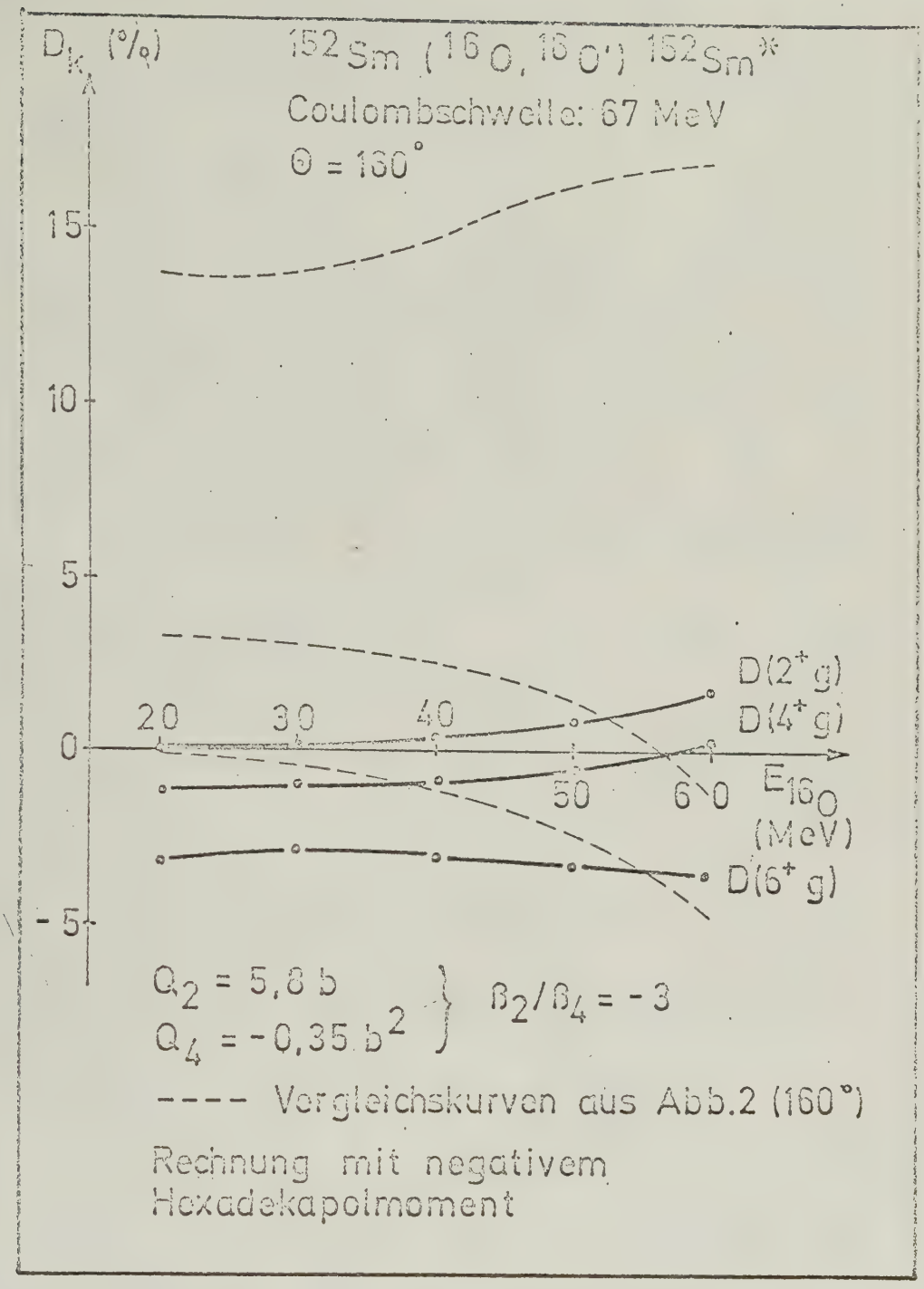


Abb. 3 Einfluß der 2^4-Pol-Wechselwirkung auf $\frac{d\sigma}{d\Omega_{coul}}$

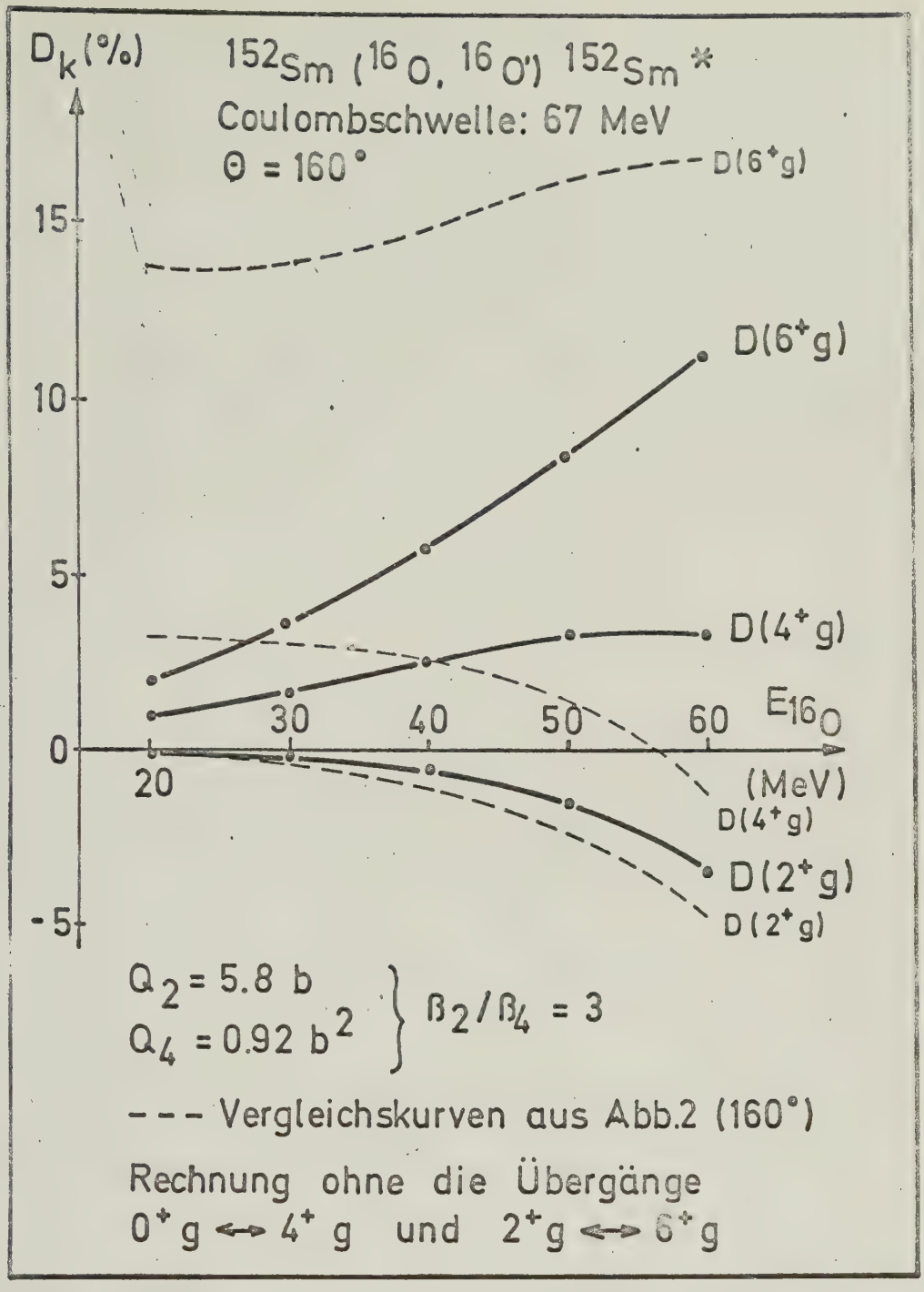


Abb. 4 Einfluß der 2^4-Pol-Wechselwirkung auf $\frac{d\sigma}{d\Omega}_{coul}$

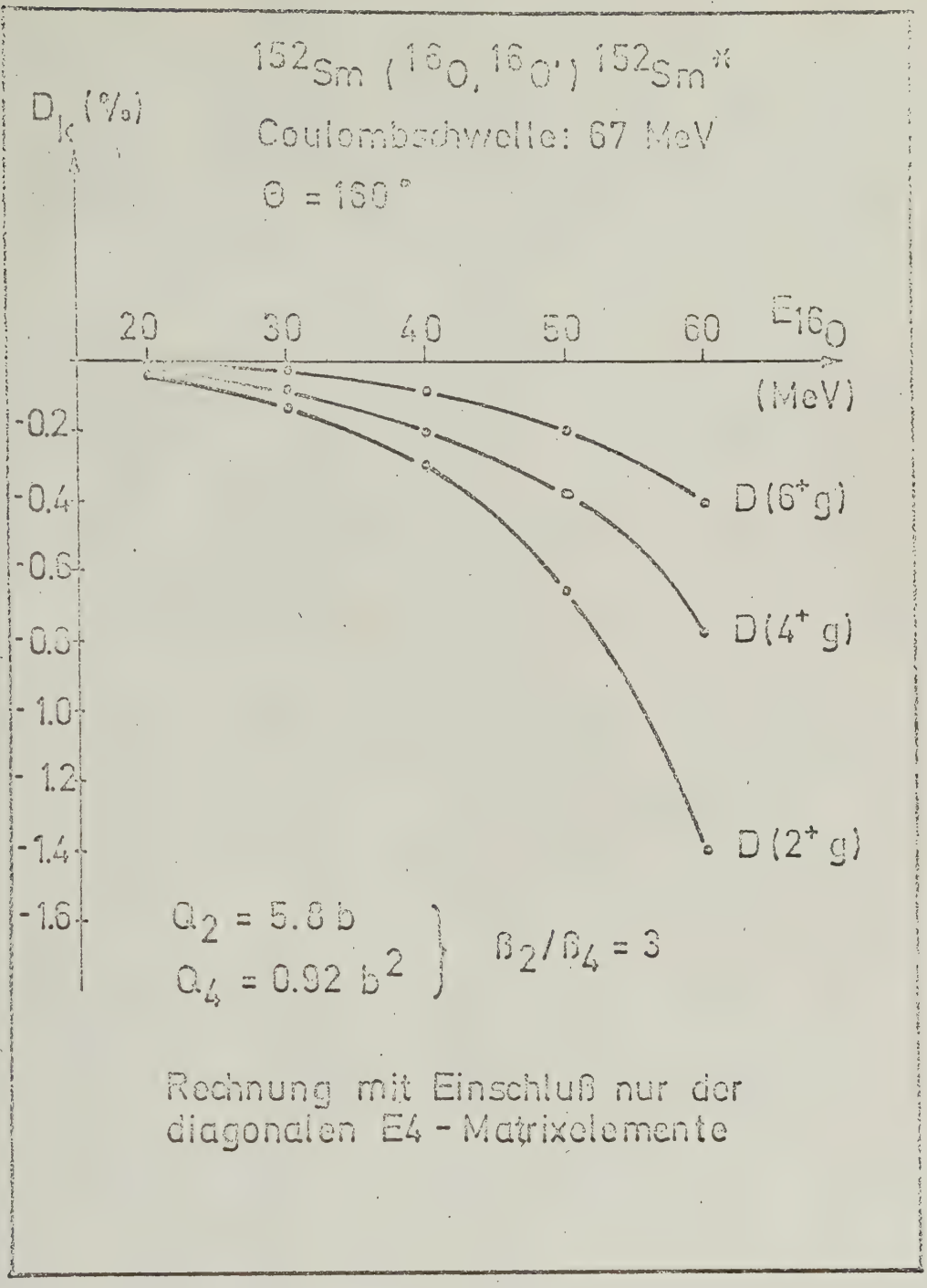


Abb. 5 Einfluß der 2^4-Pol-Wechselwirkung auf $\frac{d\sigma}{d\Omega}_{coul}$

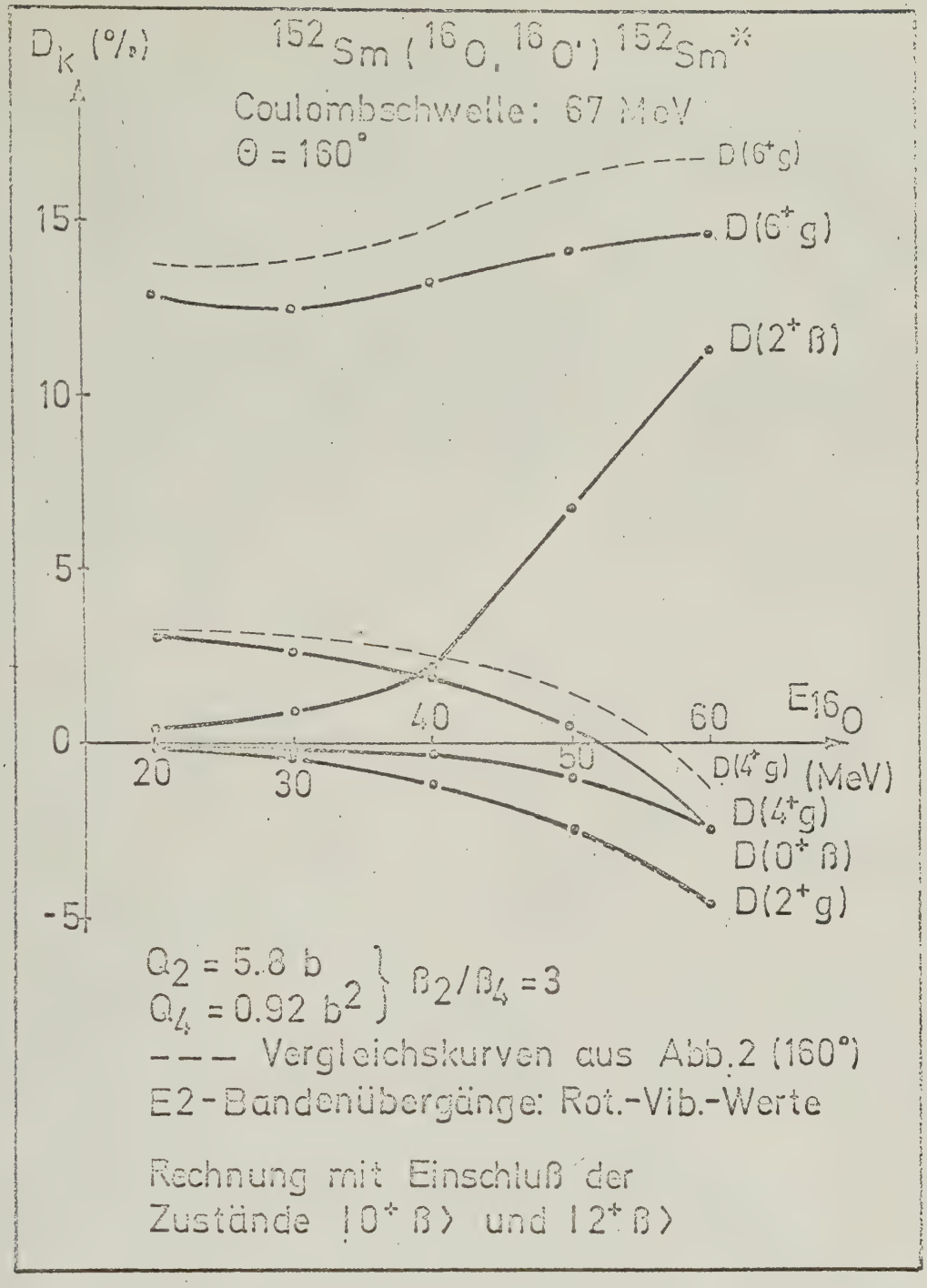


Abb. 6 Einfluß der 2^4-Pol-Wechselwirkung auf $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ coul.

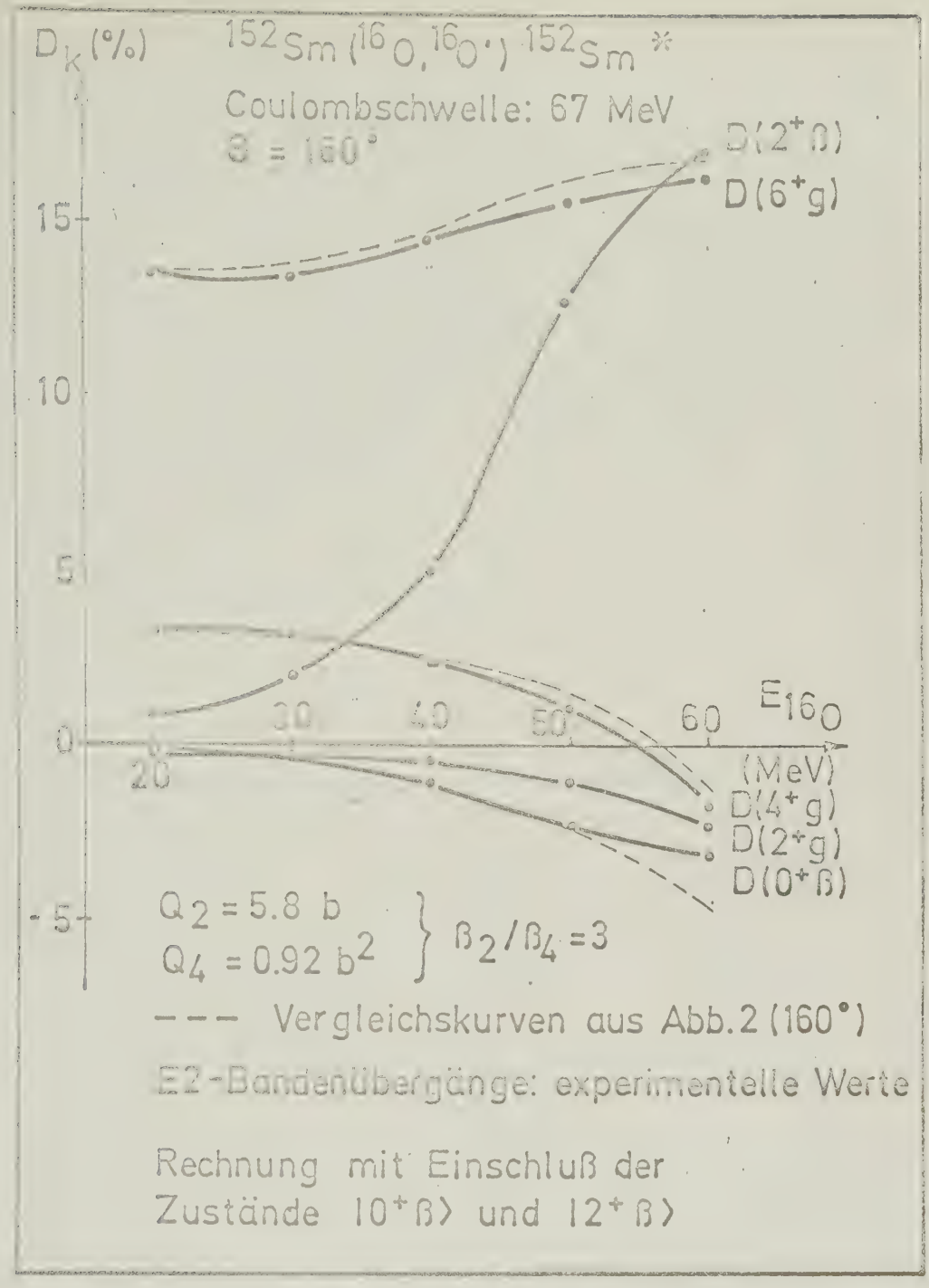


Abb. 7 Einfluß der 2^4-Pol-Wechselwirkung auf $\frac{d\sigma}{d\Omega}_{coul}$

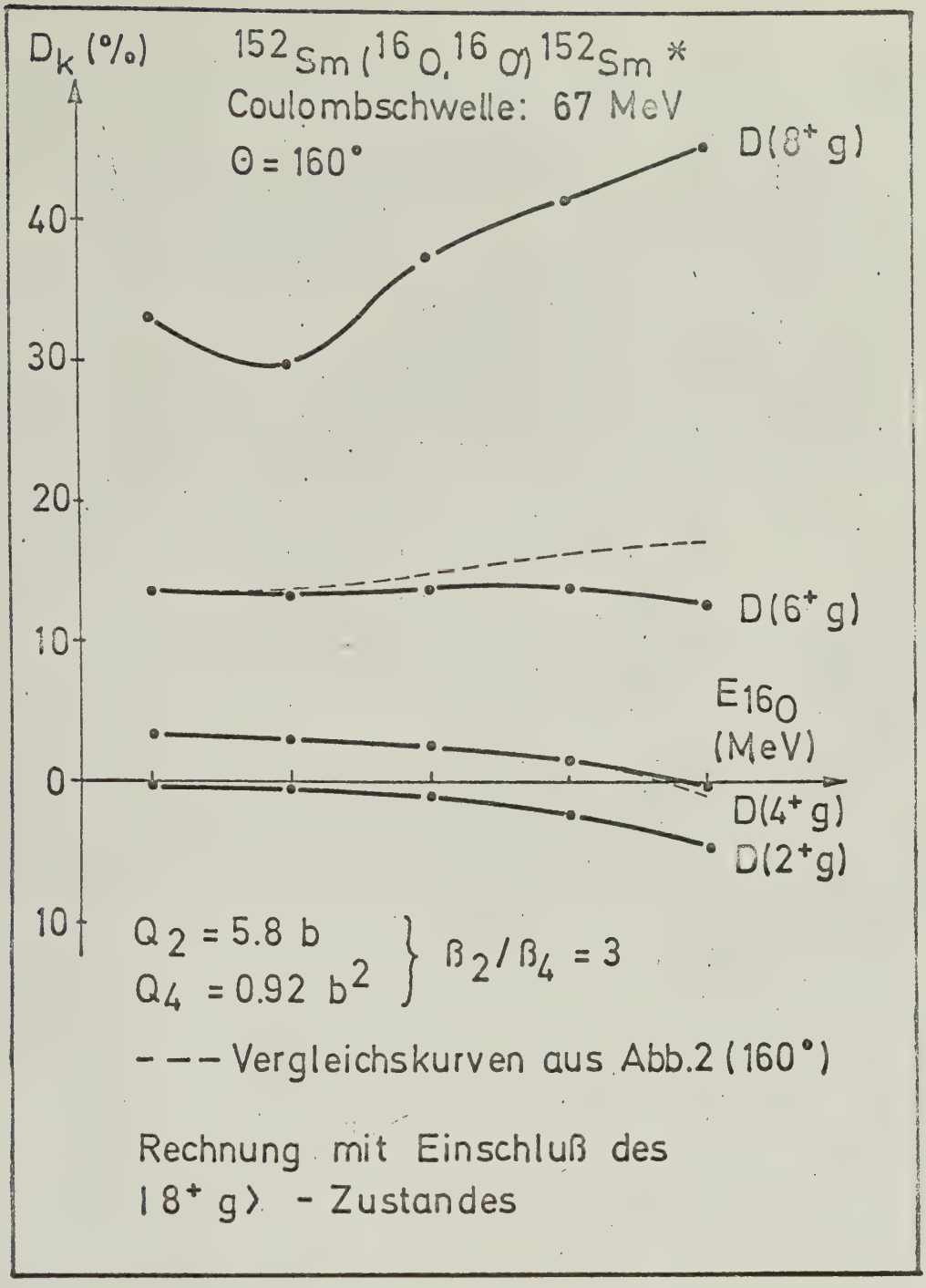
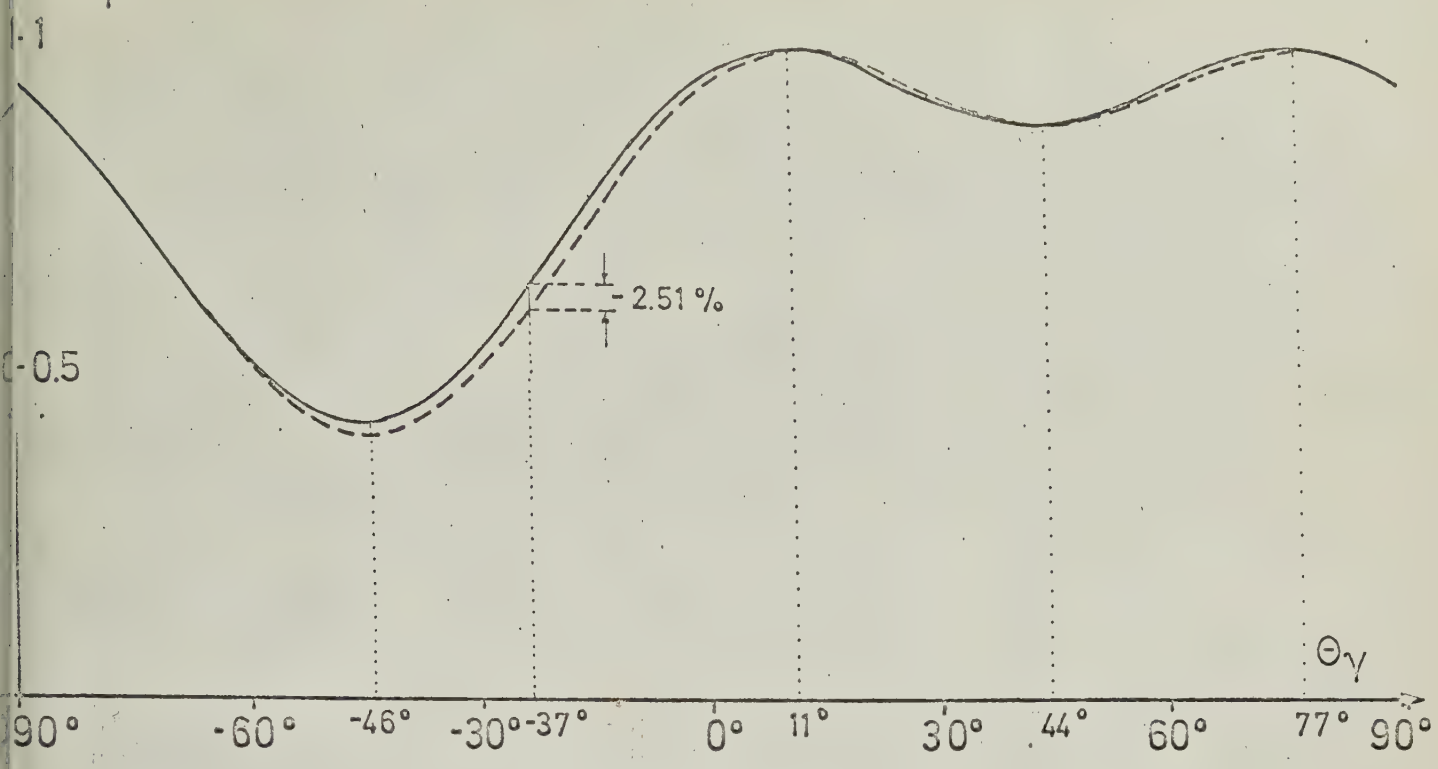


Abb. 8 Einfluß der 2^4-Pol-Wechselwirkung auf $\frac{d\sigma}{d\Omega}_{coul}$

$^{152}Sm(^{4}He, ^{4}He')^{152}Sm^{*}$ $E_{^{4}He} = 12$ MeV

Übergang: $|4^{+}g\rangle \rightarrow |2^{+}g\rangle$ $\Theta = 90°$



$^{152}Sm(^{32}S, ^{32}S')^{152}Sm^{*}$ $E_{^{32}S} = 45$ MeV

Übergang: $|2^{+}\beta\rangle \rightarrow |0^{+}g\rangle$ $\Theta = 160°$

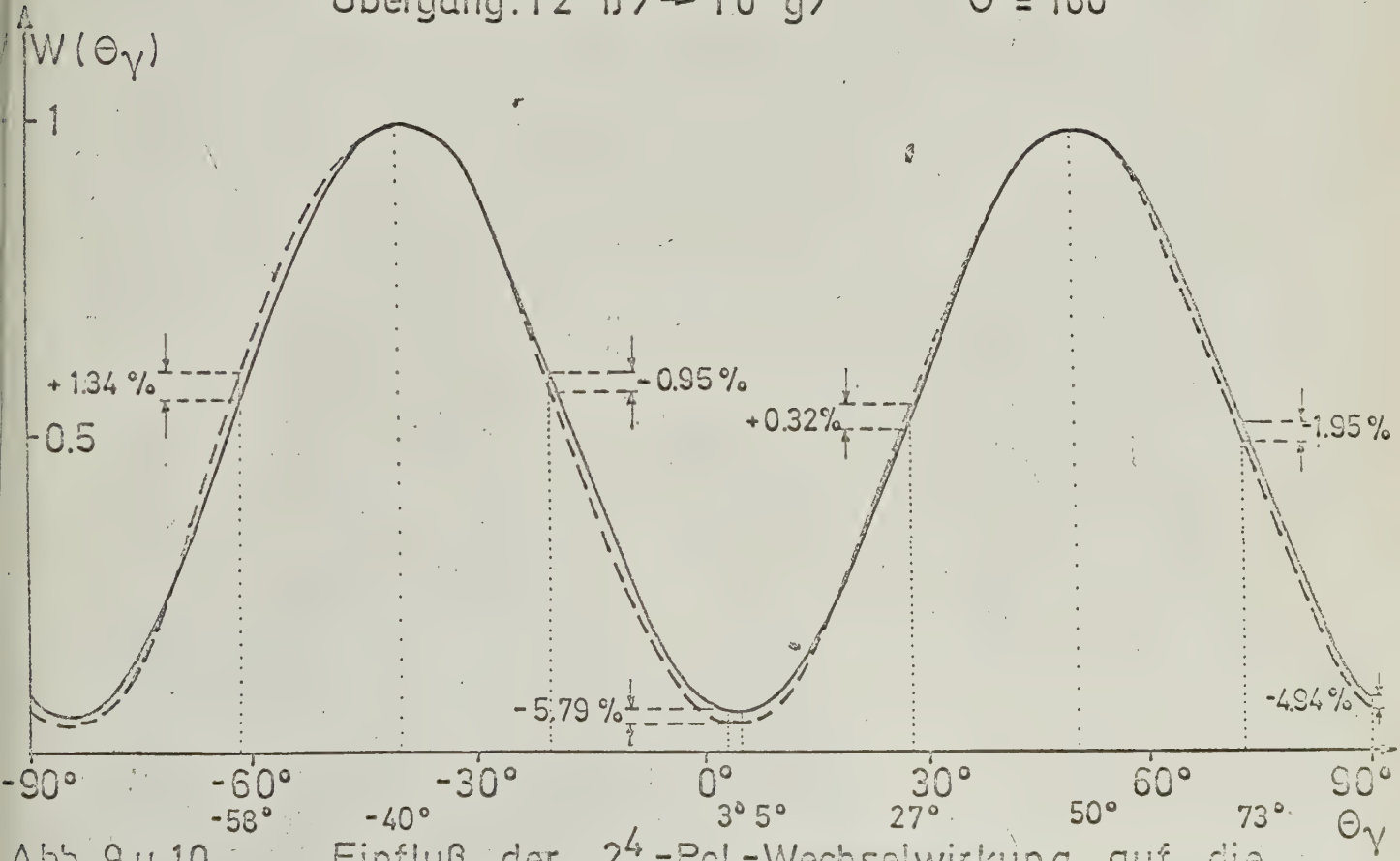
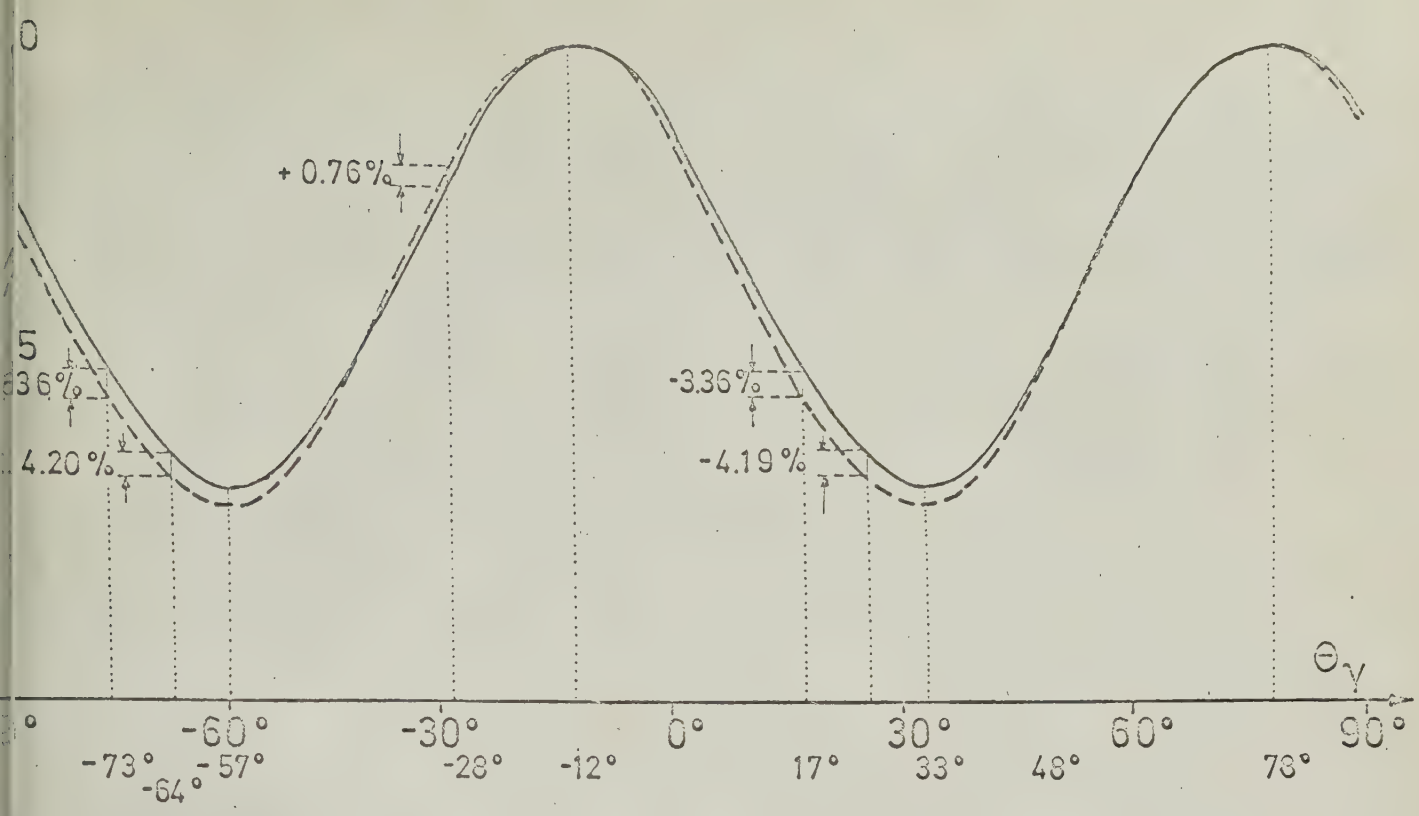


Abb. 9 u. 10 Einfluß der 2^{4}-Pol-Wechselwirkung auf die Teilchen-Gamma-Winkelkorrelation
(volle Kurve ohne 2^{4}-Pol-Wechselwirkung)

$^{152}Sm(^{16}O, ^{16}O')^{152}Sm^*$ $E_{^{16}O} = 50$ MeV

Übergang: $12^+\beta\rangle \rightarrow 10^+g\rangle$ $\Theta = 90°$



$^{152}Sm(^{16}O, ^{16}O')^{152}Sm^*$ $E_{^{16}O} = 50$ MeV

Übergang: $12^+g\rangle \rightarrow 10^+g\rangle$ $\Theta = 180$

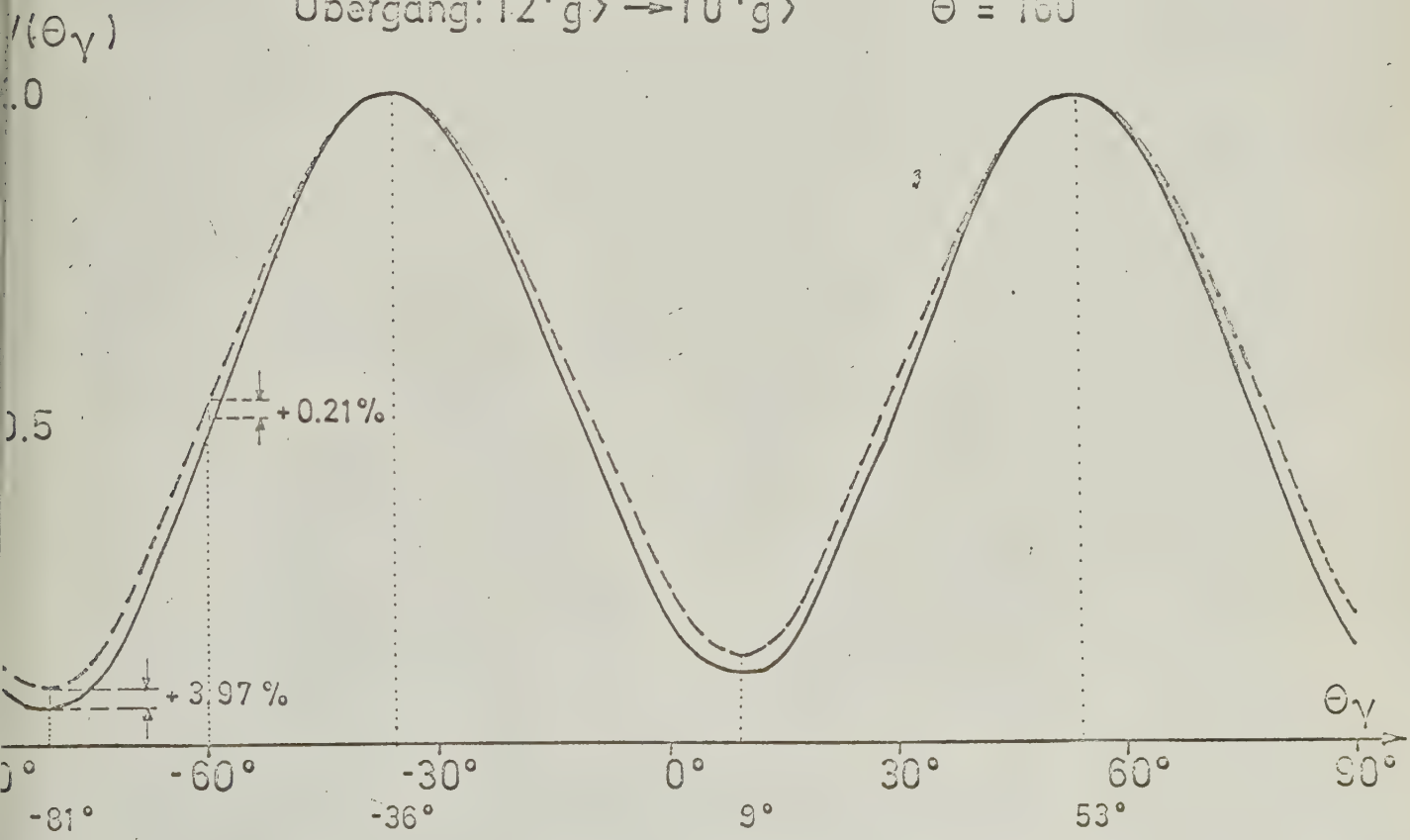


Abb. 11 u. 12 Einfluß der 2^4-Pol-Wechselwirkung auf die Teilchen-Gamma-Winkelkorrelation

(volle Kurve ohne 2^4-Pol-Wechselwirkung)

Lebenslauf

2.2.1937	geboren in Zwickau (Sa). Eltern: Oberst a. D. Robert Gotthard Winkler und Ehefrau Martha Ida Winkler, geb. Franz
1943 - 1945	Volksschule in Bautzen (Sa.) und Crossen a.d.Mulde
1946 - 1950	Grundschule in Wilkau - Haßlau
1950 - 1956	Helmholtz - Realgymnasium in Frankfurt a. M.
17. 2. 1956	Reifeprüfung
1956 - 1962	Studium der Musik an der Staatlichen Musikhochschule in Frankfurt a. M.
seit 1959	daneben Studium der Physik an der Universität Frankfurt a. M.
11. 5. 1962	Diplomvorprüfung (Physik)
24. 2. 1966	Diplomhauptprüfung (Physik)
seit 1.5.1966	Verwalter einer Assistentenstelle am Physikalischen Institut der Universität Erlangen-Nürnberg
seit 21.2.1962	verheiratet. Zwei Kinder.